

Ad-Soyad:

No:

1.Öğretim

2.Öğretim

Sivas Cumhuriyet Üniversitesi Mühendislik Fakültesi Bilgisayar Mühendisliği Bölümü

Bil2109 Ayrık İşlemsel Yapılar 2018-Güz Bütünleme Sınavı

1. “Yağmur yağarsa ıslanırım. Yağmur yağıyor. O halde ıslanacağım” çıkarımı önermesel mantıkla $(p \Rightarrow q) \wedge p \Rightarrow q$ ile gösterilebilir.

“Kar yağarsa okul tatil olur. Kar yağmıyor. O halde okul tatil olmaz” çıkarımını yukarıdaki gibi önermesel mantıkla gösteriniz. Ortaya çıkan birleşik önermenin totoloji olup olmadığını doğruluk tablosu çizerek gösteriniz.(15 puan)

Çözüm.

p : kar yağması

q : okulun tatil olması

$(p \Rightarrow q) \wedge \sim p \Rightarrow \sim q$

p	q	$p \Rightarrow q$	$\sim p$	$(p \Rightarrow q) \wedge \sim p$	$\sim q$	$(p \Rightarrow q) \wedge \sim p \Rightarrow \sim q$
D	D	D	Y	Y	Y	D
D	Y	Y	Y	Y	D	D
Y	D	D	D	D	Y	Y
Y	Y	D	D	D	D	D

$(p \Rightarrow q) \wedge \sim p \Rightarrow \sim q$ kolonu tamamı doğrulardan oluşmadığı için önerme totoloji değildir.

2. Girilen bir n pozitif tamsayısı için 2'nin kuvvetini hesaplayan rekürsif bir algoritma yazınız. Bu algoritmanın doğru çalıştığını tümevarımla gösteriniz (20 puan).

Çözüm.

ustAl(n)

- if $n==0$
- return 1
- else
- return $2*ustAl(n-1)$

$n=1$ için $ustAl(n)=2*ustAl(0)=2*1=2$ olup $n=1$ için algoritma doğru sonuç verir.

$n>1$ olmak üzere $n-1$ için algoritma doğru sonuç versin, yani $ustAl(n-1)=2^{n-1}$ olsun.

$ustAl(n)=2^n$ olduğunu göstereceğiz.

$ustAl(n)=2*ustAl(n-1)=2*2^{n-1}=2^n$ olduğundan algoritma doğru çalışır.

3. Diyelim ki, bir arama algoritması n uzunluğundaki bir dizinin içindeki bir elemanı $8n^2 + 5n + 7$ adımda buluyor. Öte yandan ikinci bir arama algoritması yine n uzunluğundaki bir dizinin içindeki bir elemanı n^3 adımda buluyor. Birinci algoritma mı yoksa ikinci algoritma mı daha hızlıdır? Cevabınızı asimptotik analiz yardımıyla açıklayınız.(15 puan)

Çözüm.

Bir algoritmanın diğerinden daha hızlı olması için daha az adımda çalışması gerekir.

$8n^2 + 5n + 7 = O(n^3)$ olduğunu gösterirsek n^3 fonksiyonun $8n^2 + 5n + 7$ fonksiyonu için bir üst sınır olduğunu göstermiş oluruz. Böylece $8n^2 + 5n + 7$ adımda çalışan birinci algoritmanın n^3 adımda çalışan ikinci algoritmadan daha hızlı olduğunu göstermiş oluruz.

Genel olarak $f(n) = O(g(n))$ ise

$$\exists c > 0 \text{ ve } \exists n_0 \geq 0: \forall n \geq n_0 \text{ için } f(n) \leq c \cdot g(n)$$

olur. Pozitif bir c ve bir n_0 değeri için $8n^2 + 5n + 7 \leq c \cdot n^3$ olduğunu göstereceğiz.

Pozitif n değerleri için $8n^2 + 5n + 7 \leq 8n^3 + 5n^3 + 7n^3 = 20n^3$ olur. O halde $c = 20$ ve $n_0 = 1$ alınırsa $8n^2 + 5n + 7 = O(n^3)$ olur.

4. 4 adet nükleobaz vardır. Bunlar Adenin (A), Guanin (G), Sitozin (C), ve Timin (T) dir. Bu nükleobazlar bir araya gelerek çeşitli uzunluklarda genetik dizileri oluştururlar. Varsayalım ki 5 uzunluğundaki genetik dizilerde ilk üç nükleobaz ve son üç nükleobaz aynı olamaz (örneğin AAACB gibi yada CBAAA gibi bir dizi olmaz). Buna göre 5 uzunluğunda olup kabul edilmeyen kaç tane genetik dizi vardır? (15 puan)

Çözüm.

İlk üç nükleobazın aynı olduğu 5 uzunluğundaki dizilerin sayısı: $4 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 4 \cdot 4 = 64$

Son üç nükleobazın aynı olduğu 5 uzunluğundaki dizilerin sayısı: $4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 1 \cdot 1 = 64$

AAAAA,GGGGG,CCCCC ve TTTTT her iki grupta da bulunur. Çünkü bu dizilerin hem ilk üç nükleobazı hemde son üç nükleobazı aynıdır. O halde toplama kuralı gereği cevap:

$$64 + 64 - 4 = 124.$$

5. Bir kampüsteki öğrencilerin %3'ünün bilgisayar mühendisliği öğrencisi olduğu biliniyor. Bilgisayar mühendisliği öğrencilerinin %80'ninin instagram hesabı olduğu ve kampüsteki tüm öğrencilerin %20'sinin instagram hesabı olduğu biliniyor. Buna göre instagram hesabı olduğu bilinen birinin bilgisayar mühendisliği öğrencisi olma olasılığı nedir? (15 puan)

Çözüm.

$$P(\text{bilgisayar}) = 0.03$$

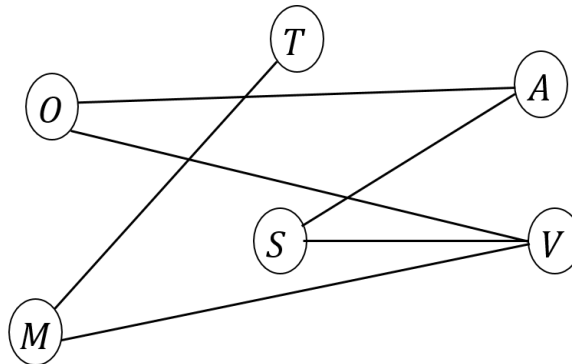
$$P(\text{instagram}|\text{bilgisayar}) = 0.8$$

$$P(\text{instagram}) = 0.2$$

$P(\text{bilgisayar}|\text{instagram}) = ?$ Bayes teoremi yardımıyla

$$P(\text{bilgisayar}|\text{instagram}) = \frac{P(\text{instagram}|\text{bilgisayar}) \cdot P(\text{bilgisayar})}{P(\text{instagram})} = \frac{0.8 \cdot 0.03}{0.2} = 0.12$$

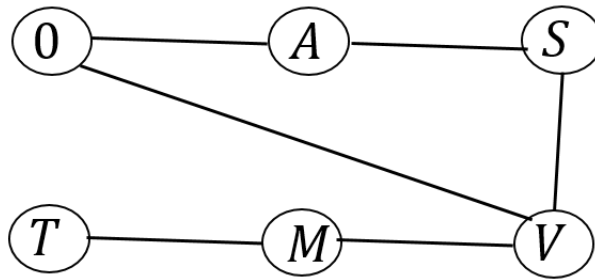
6. Aşağıdaki graf Artvin, Mersin, Ordu, Sivas, Trabzon ve Van şehirleri arasındaki tren hatlarını göstermektedir. Buna göre,
- Sivas'tan tren ile ulaşabilecek şehirleri genişlik öncelikli arama (BFS) kullanarak bulunuz,(10 puan)
 - bu grafın düzlemsel bir graf olup olmadığını nedeniyle açıklayınız. (10 puan)



a.

Z	S
	S
S	A V
S A	V O
S A V	O M
S A V O	M
S A V O M	T
S A V O M T	

b. Verilen graf aşağıdaki şekilde bağlar birbirini kesmeyecek şekilde yeniden düzenlenebileceğinden, graf düzlemsel bir graftır.



Süre 60 dk.

Başarılar dilerim.

Dr. Öğr. Üyesi. Fırat İsmailoğlu