

Ayrık Matematik (Ayrık İşlemsel Yapılar)

Fırat İsmailoğlu, PhD

Giriş ve İçerik Genel Bakış



Ayrıklık ve Süreklilik...

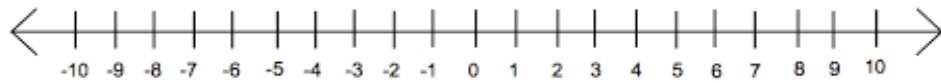
Ayrık küme: Sayılabilen kümedir. Pozitif doğal sayılarla birebir eşlenebilir.

Süreklili küme: Sayılamayan sonsuz elemanlı kümedir.

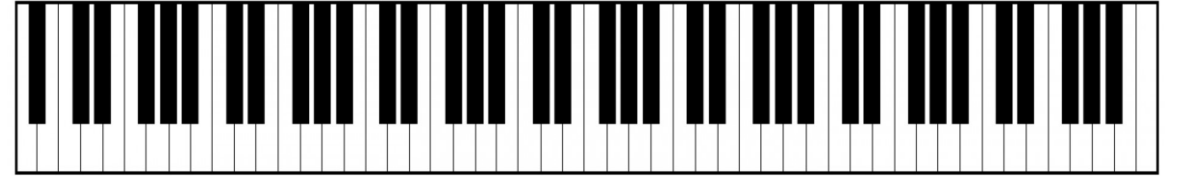
Süreklili kümede alınan her iki elemanın arasında bu kümenin başka bir elemanı vardır. Ayrık kümelerde ise bu özellik yoktur.

Sayı doğrusu süreklidir: bu doğru üzerinde seçilen herhangi nokta arasında bu doğruya ait en az bir nokta her zaman bulunur.

Piano ayrıktır. Herhangi iki piano tuşu arasında bir piano tuşu her zaman olmayabilir:



süreklili



ayrık

Ayrıklık ve Süreklilik...

Ayrık matematik *sayılabilir* ve *ayrılabilir* objelerle ilgilenir: evler, ağaçlar, tam sayılar, insanlar...

ör. A ve B şehirleri arasındaki kaç farklı yol olduğu, sonlu elemana sahip bir A kümesinin elemanlarının kaç farklı şekilde sıralanabileceği, 12 kişilik bir basketbol kadrosundan kaç farklı ilk 5 çıkarılabileceği, iki defa atılan bir zarın gelen sayıların toplamının neler olabileceği...

Sürekli matematik (continuous math) *ölçülebilir* ve *ayrılmaz* objelerle ilgilenir.

ör. Kanın vücuttaki akış hızı, bir kişinin uzunluğu, 100 metrelik bir koşuyu bitirme zamanı, bir yaprağın ağırlığı..



Analog saat sürekli matematik konusudur.
Herhangi iki zaman arasında sonsuz zaman vardır.

Dijital saat ayrık matematik konusudur.
Zaman sayılabilir sonlu parçalara bölünmüştür³

Ayrık Matematik Problemleri Formüle Etmemizi Sağlar:

ör 1. Bir toplulukta birinci kişi 1 tane pide yiyor. İkinci kişi 3 tane pide yiyor. Üçüncü kişi 5 tane pide yiyor... 26. kişi kaç tane pide yer?

kişi indeksi →	1	2	3	...	26
pide sayısı →	1	3	5	...	?

$$f_{\text{pide}}: \mathbb{Z}^+ \rightarrow \mathbb{Z}^+ \\ x \rightarrow 2x - 1$$

Pseudo Kod:

```
giriş: kişi indeksi  $x$ 
çıkış: yenilen pide sayısı  $p$ 
int  $p$ ;
 $p = 2 * x - 1$ ;
return  $p$ 
```



Ayrık Matematik Problemleri Formüle Etmemizi Sağlar:

ör 2. Diyelimki 1000 lirayı yıllık 10% faizden bankaya yatırıyoruz. 3., 5., ve 10. yılın sonunda bankadaki para ne kadar olur?

1. yılın sonunda: $1000 + 1000 * 0.1 = 1000 * (1 + 0.1)$

2. yılın sonunda: $1000 * (1 + 0.1) + (1000 * (1 + 0.1)) * 0.1 = 1000 * (1 + 0.1)^2$

3. yılın sonunda: $1000 * (1 + 0.1)^2 + (1000 * (1 + 0.1)^2) * 0.1 = 1000 * (1 + 0.1)^3$

n . yılın sonunda: $1000 * (1 + 0.1)^n$

Genel formül: Y yılın sonunda yıllık % F faizle yatırılan A ana parası $A * (1 + F)^Y$ lira olur.

Pseudo Kod:

giriş: anapara A , faiz F , yıl Y

çıkış: gelir g

int g ;

$$g = A * (1 + F)^Y$$

return g



Bilgisayar Bilimlerinde Ayırık Matematik

Kriptoloji: (Şifreleme Bilimi) Bilginin üçüncü kişiler tarafından desifre edilmeden taşınmasını ve kayıt altına alınmasını sağlar. Kriptoloji büyük asal sayılar yardımıyla yapılır.

Kümeleme: Makine öğrenmesinin en önemli konularından biri olan kümelere (clustering) benzer elemanların aynı grupta benzer olmayanların ise ayrı gruplarda yer almasını sağlar. Bu, küme ve alt küme kavramları kullanılarak yapılır.

Bilgi Erişim (information retrieval): Büyük bir koleksiyondan ilgili dokümanı bulma görevi de aranan dokümanın bir vektöre çevrilmesiyle vektörler arası uzaklık kullanılarak yapılır.

İlişkisel Veritabanı (relational database): İlişkisel veritabanı, tabloların arasında ilişkilerin (bağlantıların) olduğu veritabanının bir kümesidir. Bu da ayırık matematik konusu olan kümeler yardımıyla yapılır.

Algoritmalar: Tekil, sayılabilir adımlardan oluşan süreçleri ifade eder ve ayırık matematik konusudur.

Graf Teorisi: Noktaların ve bunları bağlayan çizgilerin çalışmasıdır. Örneğin sosyal network analizi. Bu da ayırık matematik konusudur.



Ayrık Matematik İçerik:

Hafta 2: Toplama, çarpma sembolleri, fonksiyonlar, kumeler gibi genel matematik kavramları ve lojik (mantık) kavramları: ve, veya, ise, ancak ve ancak...

Hafta 3: Lojik 2:Yüklem mantığı (predicate logic) varlıksal niteleyiciler, evrensel niteleyiciler, önermeleri olumsuzlaştırmak, De Morgan kuralı, totoloji..

Hafta 4:Kanıt: Kanıt yöntemleri, direkt kanıt, tümevarımla kanıt, olmayana ergi yönetimi ile kanıt

Hafta 5:Rekürsiyon (özyineleme) kendini çağırma.. Fibonacci sayıları, Hanoi kulesi problemi..

Hafta 6:Algoritmalar:Algoritmaların karmaşıklık analizi, algoritmaların karşılaştırılması, büyük O notasyonu, fonksiyonların büyüme davranışları (eksponensiyel, logaritmik, üssel)

Hafta 7:Kriptoloji yada ilk 6 hafta konu tekrar soru çözümü

Hafta 8:Sayma: Sayma kuralları, toplama, çarpma kuralı, permütasyon, kombinasyon, seçme kuralları..

Hafta 9:Ayrık Olasılık: rastgele değişken, olaylar, sonuçlar. Şartlı olasılık, beklenen değer. Bernoulli, binomial, normal dağılım..



Ayrık Matematik İçerik:

Hafta 10: Graf Teorisi 1

Hafta 11: Graf Teorisi 2

Hafta 12: Ağaç Diyagramı

