

Ad-Soyad:

I. Öğretim II. Öğretim No:

Sivas Cumhuriyet Üniversitesi Mühendislik Fak. Bilgisayar Müh. Böl.

Bil2109 Ayrık İşlemsel Yapılar 2019-Güz Ara Sınavı

1. “Zeus insansa ölümlüdür. Zeus ölümlü değildir. O halde Zeus insan değildir.” birleşik önermesini önermesel mantık ile gösteriniz. Bu önermenin her zaman doğru olup olmadığını oluşturduğunuz önermesel mantığı sadeleştirerek gösteriniz (10 puan).

Çözüm.

p : Zeus insandır.

q : Zeus ölümlüdür.

Zeus insansa ölümlüdür: $p \Rightarrow q$

Zeus ölümlü değildir: $\neg q$

Zeus insan değildir: $\neg p$

İlk iki önermeden üçüncü önermeyi çıkarımı: $((p \Rightarrow q) \wedge \neg q) \Rightarrow \neg p$

$$((\neg p \vee q) \wedge \neg q) \Rightarrow \neg p$$

$$\neg((\neg p \vee q) \wedge \neg q) \vee \neg p$$

$$((p \wedge \neg q) \vee q) \vee \neg p$$

$$((p \vee q) \wedge (\neg q \vee q)) \vee \neg p$$

$$((p \vee q) \wedge D) \vee \neg p$$

$$(p \vee q) \vee \neg p$$








$$(p \vee \neg p) \vee (q \vee \neg p)$$

$$D \vee (q \vee \neg p)$$

$$D$$

olup birleşik önerme her zaman doğru olur.

b)

Sol	Orta	Sağ
		
		
		

b) Soldaki şekle bakarak aşağıdaki her bir yüklemel önermenin doğru yada yanlış olduğunu D yada Y yazarak belirtiniz. (10 puan)

i. $\forall x, \text{üçgen}(x) \Rightarrow \text{mavi}(x)$

ii. $\forall x, \text{mavi}(x) \Rightarrow \text{üçgen}(x)$

iii. $\exists x, \text{kare}(x) \wedge \text{gri}(x)$

iv. $\forall x, \text{yuvarlak}(x) \Rightarrow \text{Sağdadır}(x)$

Çözüm.

i. D ii. Y iii. Y iv. Y

- 2) Tümevarım kullanarak $\forall n \in \mathbb{Z}^{>0}$ (her n pozitif tam sayısı için) $6^n - 1$ 'in 5'e bölünebildiğini kanıtlayınız. (20 puan)

Çözüm.

$\forall n \in \mathbb{Z}^{>0}$ için $P(n)$: $6^n - 1$ 5'e bölünebilir.

Temel durum: $n = 1$ için $P(1)$: $6^1 - 1 = 5$ olup 5'e bölünebilir. $P(1)$ doğrudur.

Tümevarımsal durum: $n > 1$ için $P(n - 1)$ doğru olsun. $6^{n-1} - 1$ 5'e bölünebilir. O halde $6^{n-1} - 1 = 5k$ ($k \in \mathbb{Z}$) $P(n)$ 'in doğru olduğunu göstereceğiz. Yani $6^n - 1$ 5'e bölünebildiğini göstereceğiz.

$6^{n-1} - 1 = 5k$ eşitliğinde her taraf 6 ile çarpılırsa:

$$6(6^{n-1} - 1) = 30k$$

$$6^n - 6 = 30k$$

$$6^n - 1 - 5 = 30k$$

$$6^n - 1 = 30k + 5$$

$$6^n - 1 = 5(6k + 1)$$

olup, $6^n - 1$ ifadesini 5'in katı şeklinde yazabildiğimizden $6^n - 1$ 'e bölünebilir. Böylece $P(n)$ doğru olur.

3. Adı minBul olan rekürsif bir algoritma yazınız. Bu algoritma girdi olarak bir dizi (array) alsın ve aldığı dizinin minimum değerine dönsün. (15 puan)

Çözüm.

```
minBul(A):
    if len(A)==1
        return A[0]
    else
        return min(A[0], minBul(A[1:len(A)]))
```

len(A) : A'nın uzunluğunu verir.

A[1:len(A)] : A array'inin ilk elemeden sonraki elemanları.

Not: Bu kod Python'a göre yazılmıştır, ama yapısı doğru olduktan başka bir dilde yazarsanız (java, matlab, c++, ...) sizin cevabınız da doğru olarak kabul edilecektir.

4. a) Büyük O notasyonu ile ilgili aşağıda verilen özelliğe örnek olması bakımından bir $f(n)$, $g(n)$ ve $h(n)$ fonksiyonu veriniz (8 puan):

$$f(n) = O(g(n)) \text{ ve } g(n) = O(h(n)) \text{ ise } f(n) = O(h(n)) \text{ olur.}$$

Çözüm.

Bu özellik büyük O notasyonun geçişlilik özelliğidir.

Örnek olarak $f(n) = -8n^2 + 5n - 1$, $g(n) = n^2$ ve $h(n) = n^3$ alalım. Bu durumda $f(n) = O(g(n))$ ve $g(n) = O(h(n))$ olur. Böylece $f(n) = O(h(n))$ olur.

Yani g fonksiyonu, f fonksiyonu için bir üst sınırdır; h fonksiyonu, g fonksiyonu için bir üst sınırdır. O halde h fonksiyonu f fonksiyonu için de bir üst sınır olur.

b) Büyük O notasyonu ile ilgili aşağıda verilen özelliğe örnek olması bakımından bir $f(n)$, $g(n)$ fonksiyonu ve bir k sabiti veriniz (7 puan).

$$f(n) = O(g(n)) \text{ ise her } k > 0 \text{ sabiti için } k \cdot f(n) = O(g(n))$$

Çözüm.

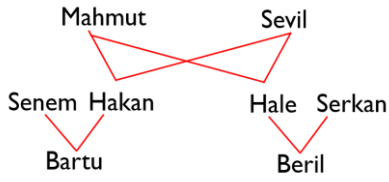
Bu özellik büyük O notasyonu için fonksiyonu sabit katsayı ile çarpmanın önemsiz olduğu, bir fonksiyonu bir sabit ile çarpmanın fonksiyonun büyüme karakterine etkilemeyeceği anlamına gelir.

Örnek olarak $f(n) = n^3$ alalım. Bu fonksiyon $O(n^3)$ tür; fonksiyonu 0.000001 ile de çarparsak, 1000000 ile de çarparsak yine $O(n^3)$ tür:

$$f(n) = 0.000001n^3 = O(n^3) \text{ ve } f(n) = 1000000n^3 = O(n^3) \text{ olur.}$$

(sonuç olarak yukarıdaki özellikleri örnekleyiniz).

5)



Yanda gösterilen aile ağacında:

* ebeveynlik bilgileri: ebeveyn(Mahmut, Senem), ebeveyn(Sevil, Hakan)....

* cinsiyet bilgileri: kadın(Sevil), erkek(Mahmut), erkek(Hakan)....

* evlilik bilgileri: evli(Mahmut, Sevil), evli(Senem, Hakan)...

gibi gerçekler olarak Prolog'da verilmiş olsun.

Bu gerçekleri kullanarak:

aşağıdaki sorguların Prolog kodunu yazınız? (Her biri 4 puan)

- Hakan'ın kardeşi kimdir? (Kardeş kuralı yazarak)
- Beril'in kuzeni kimdir? (Kuzen kuralı yazarak)
- Bartu'nun halası kimdir? (Hala kuralı yazarak)
- Beril'nin dayısı kimdir? (Dayı kuralı yazarak)
- Senem kimin yengesidir? (Yenge kuralı yazarak)
- Serkan kimin eniştesidir? (Enişte kuralı yazarak)

Çözüm.

- kardes(X,Y): - ebeveyn(Z,X), ebeveyn(Z,Y).
?-kardes(Hakan,X)
- kuzen(X,Y): - ebeveyn(Z,X), ebeveyn(W,Y), kardes(Z,W).
?-kuzen(Beril,X)
- baba(X,Y): - ebeveyn(X,Y), erkek(X).
hala(X,Y) :-baba(Z,Y),kardes(X,Z),kadın(X).
?-hala(X,Bartu)
- anne(X,Y): - ebeveyn(X,Y), kadın(X).
dayı(X,Y) :-anne(Z,Y),kardes(X,Z),erkek(X).
?-dayı(X,Beril)
- yenge(X,Y):-dayı(Z,Y), evli(X,Z).
?-yenge(Senem,X)
- enişte(X,Y): -hala(Z,Y),evli(X,Z).
?-enişte(Serkan,X)