Bil 2114 Otomata Teorisi Çalışma Soruları ve Cevapları – II (Hafta 4,5,6)

1. $\Sigma = \{a, b\}$ için, sonu a ile yada sonu bb ile biten kelilemelerden olusan dıl ıçın düzenli ifade bulunuz.

Burada kelimenin basi her şey olabilir. Bunu $\{a, b\}^* = (a \cup b)^*$ ile sagliyoruz.

Kelimenin sonunda a yada bb olmalidir. Bunu $(a \cup bb)$ ile sagliyoruz.

Sonuc olarak aradigimiz duzenli ifade: $R = (a \cup b)^*(a \cup bb)$ olur.

2. $R = (aa)^*(bb)^*b$ duzenli ifadesinin tanıdığı düzenli dil nedir?

$R = \{\varepsilon, aa, aaaa, aaaaaa, \dots\}\{\varepsilon, bb, bbbb, bbbbbb, \dots.\}\{b\}$

$= \{b, bbb, bbbbb, \dots, aab, aabbb, aabbbbb, \dots, aaaab, aaaabbb, aaaabbbbb, \dots\}$

$= L = \{a^{2n}b^{2m+1} | n \geq 0, m \geq 0\}$.

Yani bu duzenli ifadenin tanidigi dil cift sayida a'nin tek sayida b'yi takip ettigi kelimelerden olusan dildir.

3. $\Sigma = \{0,0\}$ için, içinde en az bir defa ardışik iki tane 0 harfinin olduğu kelimelerden olusan dili taniyan duzenli ifade bulunuz.

2 uzunligundaki ardisik 0 harfleri: 00

Bu ardisik harflerin onunde ve arkasinda her sey olabilir. Bu da $(0 \cup 1)^*$ duzenli ifadesi ile verilir.

Su halde aradigimiz duzenli ifade:

$$R = (0 \cup 1)^*00(0 \cup 1)^* .$$

4. $L = \{a^n b^m | n \geq 4, m \leq 3\}$ dili icin duzenli ifade bulunuz.

Bu dilin kelimeleri 4, 5, 6, ... tane a harfi ile baslar. Bu, $(aaaa)(a^*)$ duzenli ifadesi ile verilir.

a harflerinn ardindan hic, 1, 2, yada 3 tane b harfi takip eder: $(\varepsilon \cup b \cup bb \cup bbb)$.

Su halde aradigimiz duzenli ifade:

$$R = (aaaa)(a^*)\ (\varepsilon \cup b \cup bb \cup bbb) .$$

5. $\Sigma = \{x, y, z\}$ için, içinde en az bir defa x, en az bir defa y ve en az bir defa z içeren kelimelerden olusan dili taniyan duzenli ifadeyi bulunuz.

Bu dilde, x, y ve z harfleri muhakkak olacak; fakat bunlarin arasina her turlu kelime girebilir.

Bu, $x(x \cup y \cup z)^*y(x \cup y \cup z)^*z(x \cup y \cup z)^*$ ile verilir.

Burada x, y ve z harflerinin yer degistirebilecegi goz onunde bulundurulmalidir.

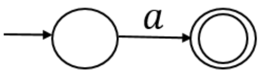
Toplamda 6 farkli x, y, z dizilimi olur.

$$
\begin{aligned}
R = {} & (x(x \cup y \cup z)^* y(x \cup y \cup z)^* z(x \cup y \cup z)^*) \cup \\
& (x(x \cup y \cup z)^* z(x \cup y \cup z)^* y(x \cup y \cup z)^*) \cup \\
& (y(x \cup y \cup z)^* x(x \cup y \cup z)^* z(x \cup y \cup z)^*) \cup \\
& (y(x \cup y \cup z)^* z(x \cup y \cup z)^* x(x \cup y \cup z)^*) \cup \\
& (z(x \cup y \cup z)^* x(x \cup y \cup z)^* y(x \cup y \cup z)^*) \cup \\
& (z(x \cup y \cup z)^* y(x \cup y \cup z)^* x(x \cup y \cup z)^*)
\end{aligned}
$$

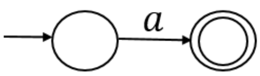
6. $R = (a \cup a^*)^* \cup b^*$ duzenli ifadesinin denk oldugu nondeterministik sonlu otomatayi ciziniz.

$R_1 = a, R_2 = a, R_3 = R_2^*, R_4 = R_1 \cup R_3, R_5 = R_4^*, R_6 = b, R_7 = R_6^*, R_8 = R_5 \cup R_7$

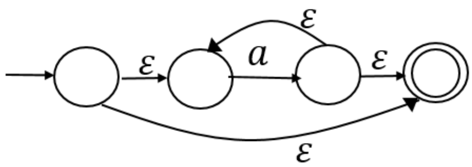
$R_1 = a$



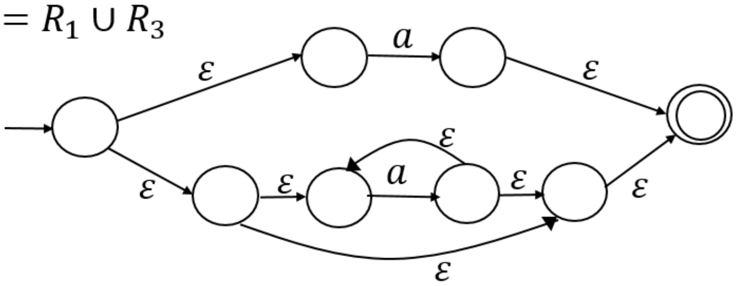
$R_2 = a$



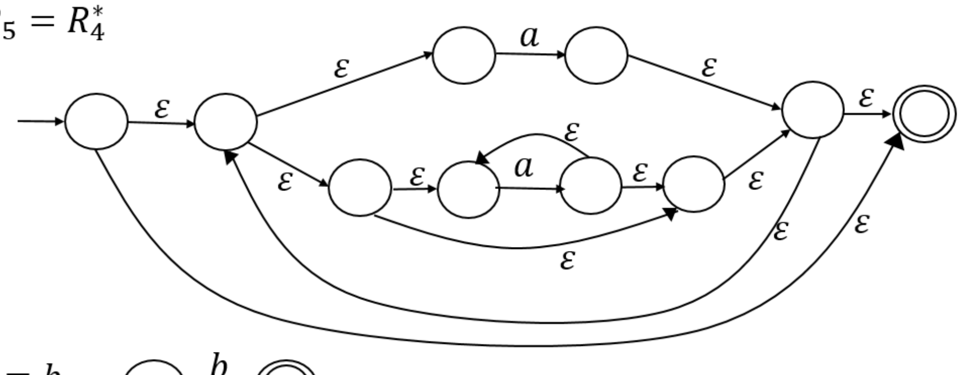
$R_3 = R_2^*$



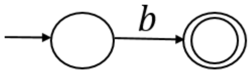
$R_4 = R_1 \cup R_3$



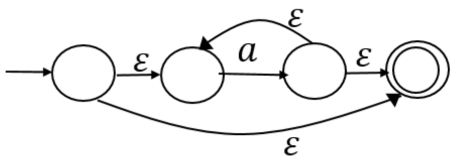
$R_5 = R_4^*$



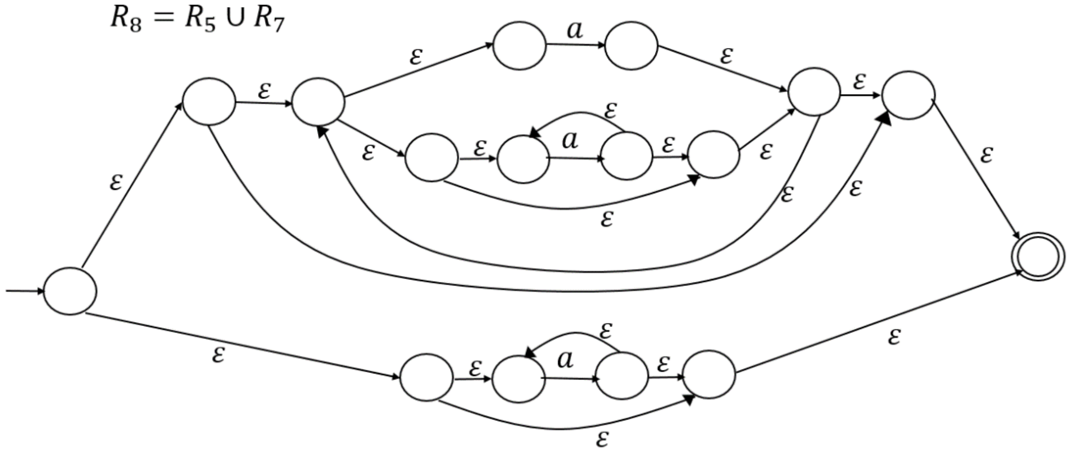
$R_6 = b$



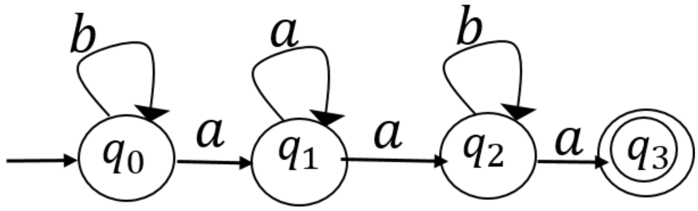
$R_7 = R_6^*$



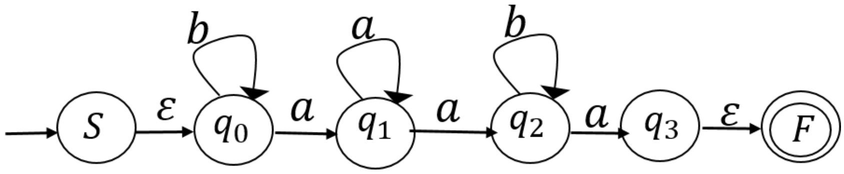
$R_8 = R_5 \cup R_7$



7. Aşagida gosterilen NSO’ya denk olan duzenli ifadeyi bulunuz.

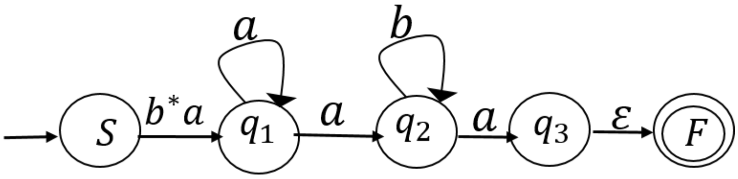


Once GNSO ya cevirelim:



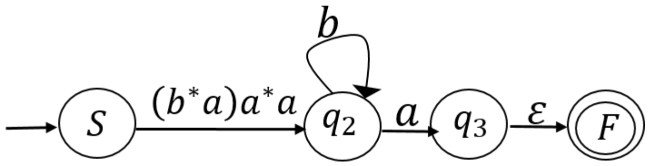
q_0 durumunu eleyelim:

$R_1 = \varepsilon, R_2 = b, R_3 = a$



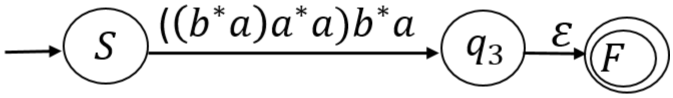
q_1 durumunu eleyelim:

$R_1 = b^*a, R_2 = a, R_3 = a$



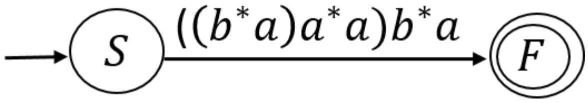
q_2 durumunu eleyelim:

$R_1 = (b^*a)a^*a$, $R_2 = b$, $R_3 = a$



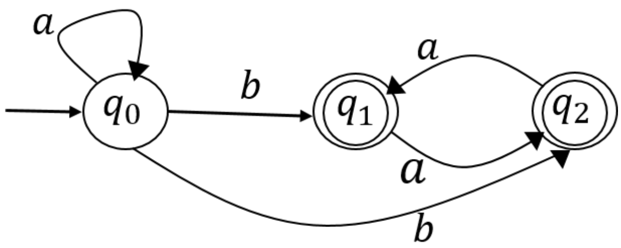
q_3 durumunu eleyelim:

$R_1 = ((b^*a)a^*a)b^*a$

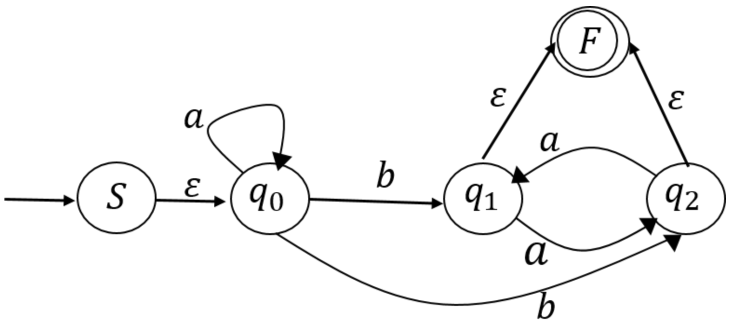


$R = ((b^*a)a^*a)b^*a$

8. Aşagida gosterilen NSO'ya denk olan duzenli ifadeyi bulunuz.



Once GNSO ya cevirelim:



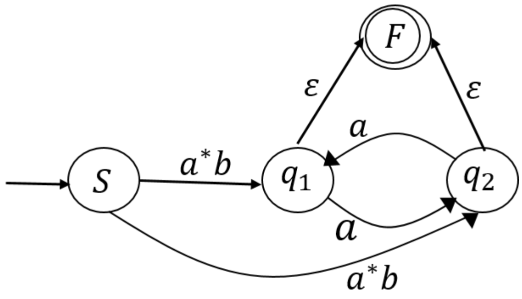
q_0 durumunu eleyelim:

Burada kuralimiz iki defa isleyecek. Birincisi S, q_0 ve q_1 durumlari arasinda:

$R_1 = \varepsilon$, $R_2 = a$, $R_3 = b$

İkincisi S, q_0 ve q_2 durumlari arasinda:

$R_1 = \varepsilon$, $R_2 = a$, $R_3 = b$



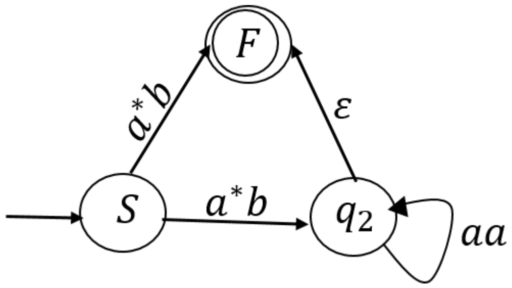
q_1 durumunu eleyelim:

Burada kuralimiz iki defa isleyecek. Birincisi S, q_1 ve F durumlari arasinda:

$R_1 = a^*b, R_3 = \varepsilon$

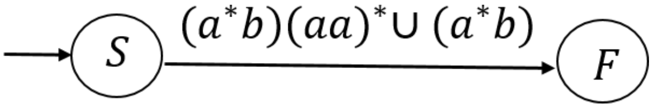
İkincisi q_1 ve q_2 durumlari arasinda:

$R_1 = a, R_3 = a$



q_2 durumunu eleyelim:

$R_1 = a^*b, R_2 = aa, R_3 = \varepsilon, R_4 = a^*b$



9. $\Sigma = \{a, b\}$ için $L = \{w \in \Sigma^* | n_a(w) < n_b(w)\}$ (burada $n_a(w)$, w kelimesi icindeki toplam a harfi sayisini gosteriyor). Pumping lemmayi kullanarak bu dilin duzenli olmadigini gosteriniz.

Olmayana ergi yontemini kullanalim. Varsayalimki bu dil duzenli olsun. Su halde bu dil pumping lemmayi saglar ve bir p pumping uzunluguna sahiptir. Uzunlugu p' den buyuk olan

L'nin bir kelimesini ele alalim. Bu kelime $w = a^p b^{p+1}$ olsun. Bu kelimeyi $w = xyz$ olacak sekilde 3 parcaya bolelim. Oyleki $|y| > 0, ve\ |xy| \leq p$ olsun.

$x = a^{p-1}, y = a,\ z = b^{p+1}$ olsun.

L pumping lemmayi sagladigini varsaydigimiz icin her $i \geq 0$ icin $w = xy^i z$, L'nin elemani olmalidir.

$i = 3$ alalim. Bu durumda $w = xy^3 z = a^{p+2} b^{p+1}$ olur boylece $n_a(w) > n_b(w)$ olup, w, L nin bir elemani olmaz. L icin pumping lemma saglanmaz, bu ise bastaki kabulumuz ile bir celiskidir. L dili duzensizdir.

10. $\Sigma = \{a, b\}$ için $L = \{(ab)^n a^k | n > k, k \geq 0\}$. Pumping lemmayi kullanarak bu dilin duzenli olmadigini gosteriniz.

Olmayana ergi yontemini kullanalim. Varsayalimki bu dil duzenli olsun. Su halde bu dil pumping lemmayi saglar ve bir p pumping uzunluguna sahiptir. Uzunlugu p' den buyuk olan

L'nin bir kelimesini ele alalim. Bu kelime $w = (ab)^{p+1} a^p$ olsun . Bu kelimeyi $w = xyz$ olacak sekilde 3 parcaya bolelim.

$x = a, y = b, z = (ab)^p a^p$ olsun.

Pumping lemma geregi her $i \geq 0$ icin $w = xy^i z$, L'nin elemani olmalidir.

$i = 0$ alalim. $w = xy^0 z = x\varepsilon z = xz = a(ab)^p a^p$ olur ki bu kelime L'nin kelimelerinin sahip oldugu formda degildir. Su halde bu kelime L'ye ait degildir. Bu bir celiskidir. L dili duzensizdir.