Bilgisayar Destekli Lineer Cebir

Fırat İsmailoğlu, PhD.

Hafta – 6:

Matrisler 1

MATRİSLER

$m \times n$ boyutunda bır matris, m satır ve n sütün dan oluşan diktörtgen bir vektördür.

ör. $A = \begin{bmatrix} 4 & 2 & -1 \\ 0 & 6 & 5 \end{bmatrix}_{2\times 3}$ matrisi 2 satırdan ve 3 sütündan oluşur. O halde bu matris 2×3 boyutunda bir matristir.

ör. $B = \begin{bmatrix} 0.2 & 1 \\ 1 & -0.4 \\ 0 & 77 \end{bmatrix}_{3\times 2}$ matrisi 3 satırdan ve 2 sütündan oluşur. O halde bu matris 3×2 boyutunda bir matristir.

Not: Küçük harfle göstrilen vektörlerin aksine matrisler büyük harfle gösterilir.

Matrisin Bileşenlerini Göstermek

A, $m \times n$ boyutunda bir matris olsun. A matrisinin i. satırının $(i \in \{1, \dots, m\})$, j. sütunundaki $(j \in \{1, \dots, n\})$ elemanını A_{ij} ile göstereceğiz.

Not: A_{ij} bazı kaynaklarda $A(i,j)$ olarak da gosterilir, ama biz bunu tercih etmeyeceğiz.

ör. $A = \begin{bmatrix} 4 & 2 & -1 \\ 0 & 6 & 5 \end{bmatrix}_{2\times 3}$ matrisi için A_{13} yani 1. satır, 3. sütündaki bileşen -1 dir.

j sütunları tarıyor

$A = \begin{array}{c c} & j \longrightarrow \\ i \downarrow & \begin{bmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{bmatrix}_{m\times n} \end{array}$

i satırları tarıyor

```
for i = 1:m
    for j=1:n
        A(i,j)
    end
end
```

Matrislerin MATLAB Gösterimi

$A = \begin{bmatrix} 4 & 2 & -1 \\ 0 & 6 & 5 \end{bmatrix}_{2\times 3}$ matrisi MATLAB da **`A= [4,2,-1;0,6,5]`** komutuyla yazılır

(dikkat edilirse alt satıra noktalı virgul ile geciliyor.

A matrisinin i. satırın j. elemanı **`A(i,j)`** komutuyla çağırılır.

A matrisinin i. satırının tamamı : **`A(i,:)`** ile çağırılır.

A matrisinin j. sütunun tamamı: **`A(:,j)`** ile çağırılır.

MATRİS ÖRNEKLERİ

ör. Ali 3kg elma, 4.5 kg muz ve 1 kg domates alsın. Bülent 1 kg elma, 0 kg muz ve 6 kg domates alsin. Ceyda 2.5 kg elma, 4 kg muz ve 1 kg domates alsın. Bu durumda herbir kişinin aldikları bir satıra yazılarak oluşturulan matris aşağıdaki gibi olur:

$M =$

	Elma	Muz	Domates
Ali	3	4.5	1
Bülent	1	0	6
Ceyda	2.5	4	1

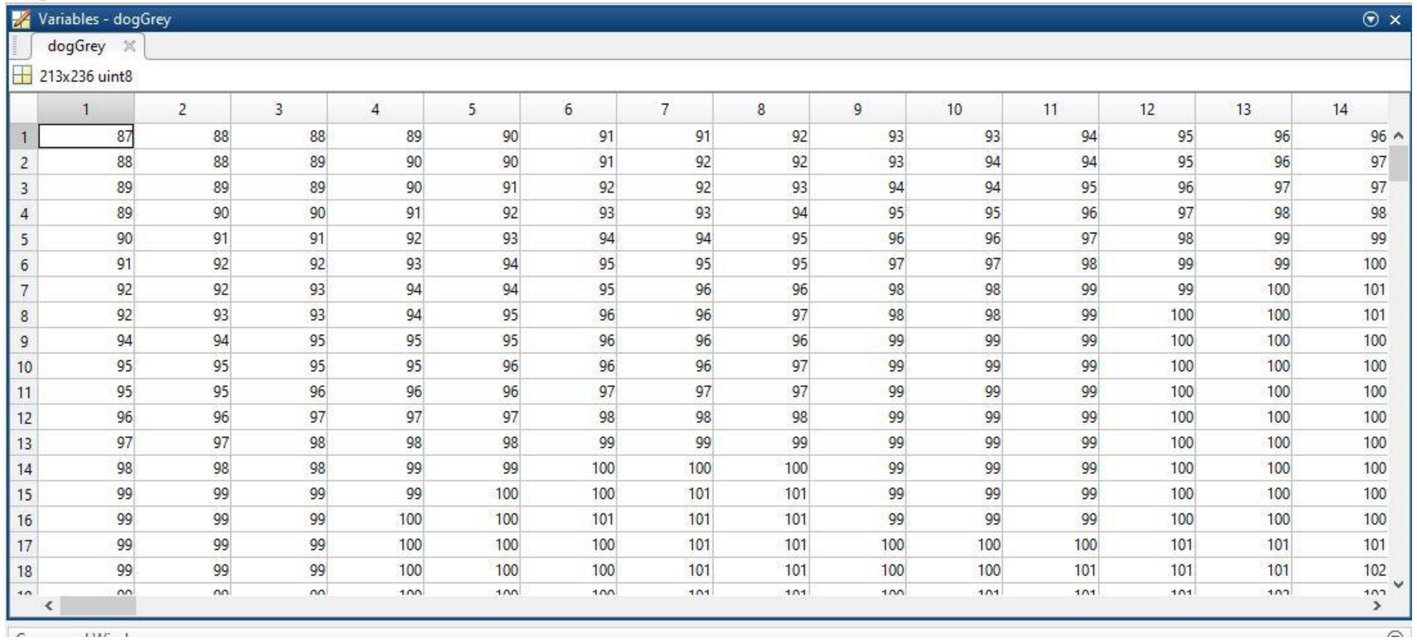
satırlar kişilere,sütunlar ürünlere karşılık geliyor

ör.

	Adana	Mersin	Sivas	Kayseri	Ankara
Adana	0	69	423	325	492
Mersin	69	0	491	328	485
Sivas	423	491	0	194	439
Kayseri	325	328	194	0	318
Ankara	492	485	439	318	0

Şehirler arası uzaklığı gösteren tablo da bir matris örneğidir.

ör. Görüntü işleme. Siyah beyaz resimler bilgisayar ortaminda işlendiginde $m \times n$ boyutunda bir matris elde edilir. Bu matrisin her bir bileşeni bir pikseldir ve 0-255 arası bir değer alır. Burada 0'dan 255'e dogru gidildikce pikselin koyuluk değeri azalır (0: en siyah piksel, 255 en beyaz piksel).



	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
1	87	88	88	89	90	91	91	92	93	93	94	95	96	96
2	88	88	89	90	90	91	92	92	93	94	94	95	96	97
3	89	89	89	90	91	92	92	93	94	94	95	96	97	97
4	89	90	90	91	92	93	93	94	95	95	96	97	98	98
5	90	91	91	92	93	94	94	95	96	96	97	98	99	99
6	91	92	92	93	94	95	95	95	97	97	98	99	99	100
7	92	92	93	94	94	95	96	96	98	98	99	99	100	101
8	92	93	93	94	95	96	96	97	98	98	99	100	100	101
9	94	94	95	95	95	96	96	96	99	99	99	100	100	100
10	95	95	95	95	96	96	96	97	99	99	99	100	100	100
11	95	95	96	96	96	97	97	97	99	99	99	100	100	100
12	96	96	97	97	97	98	98	98	99	99	99	100	100	100
13	97	97	98	98	98	99	99	99	99	99	99	100	100	100
14	98	98	98	99	99	100	100	100	99	99	99	100	100	100
15	99	99	99	99	100	100	101	101	99	99	99	100	100	100
16	99	99	99	100	100	101	101	101	99	99	99	100	100	100
17	99	99	99	100	100	100	101	101	100	100	100	101	101	101
18	99	99	99	100	100	100	101	101	100	100	101	101	101	102

$$\underbrace{\hspace{10cm}}$$

Matrisin herbir bileşeni karşılık geldiği pikselin beyaz yoğunluğunu sayısal olarak gösteriyor.

MATRİS SKALER ÇARPIMI

Bir matris bir sklarle carpilirken, matrisin bütün bileşenleri skalerle çarpılır.

ör. $A = \begin{bmatrix} 4 & 2 & -1 \\ 0 & 6 & 5 \end{bmatrix}$ matrisini 2 skaleriyle çarparsak:

$$2 \cdot A = \begin{bmatrix} 2 \cdot 4 & 2 \cdot 2 & 2 \cdot -1 \\ 2 \cdot 0 & 2 \cdot 6 & 2 \cdot 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 & 4 & -2 \\ 0 & 12 & 10 \end{bmatrix}$$

MATLAB'ta Matris Skaler Çarpımı

$m \times n$ boyutundaki A matrisini k skaleriyle çarparken **`k*A`** komutunu girmemiz yeterlidir. Alternatif olarak bu çarpımı içiçe iki for loop kullanarak yapabiliriz.

```
for i=1:m % bu for satırları tarıyor
    for j=1:n % bu for sutunlari tariyor
        A(i,j)= k*A(i,j);
    end
end
```

MATRİSLERİN TOPLANMASI

Aynı boyutlu iki matris toplanırken karşılıklı bileşenler toplanır.

ör. $A = \begin{bmatrix} 4 & 2 & -1 \\ 0 & 6 & 5 \end{bmatrix}_{2\times 3}$ matrisi ile $B = \begin{bmatrix} -1 & 3 & 0 \\ 3 & 5 & 1 \end{bmatrix}_{2\times 3}$ matrislerini toplayalım.

$$A + B = \begin{bmatrix} 4-1 & 2+3 & -1+0 \\ 0+3 & 6+5 & 5+1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 5 & -1 \\ 3 & 11 & 6 \end{bmatrix}$$

MATLAB'ta Matrislerin Toplanması

$m \times n$ boyutundaki A ve B matrislerini MATLAB'ta toplarken **`A+B`** komutunu girmemiz yeterlidir Alternatif olarak bu çarpımı içiçe iki for loop kullanarak yapabiliriz.

```
Z=zeros(m,n);% bu toplamin matrisi olacak
for i=1:m % bu for satırları tarıyor
    for j=1:n % bu for sutunlari tariyor
        Z(i,j)= A(i,j)+B(i,j);
    end
end
```

ÖZEL MATRİSLER

1. Kare Matris

Satır sayısı sütün sayısına eşit olan matrise kare matris denir.

Formal olarak $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$ n satıra ve n sütuna sahip bir kare matristir.

ör. Kare matrisler:

4×4 kare matris

$$M = \begin{bmatrix} 3 & 4.5 & 1 \\ 1 & 0 & 6 \\ 2.5 & 4 & 1 \end{bmatrix}_{3\times 3}$$

3×3 kare matris

2. Üst Üçgen Matris

Bir $A \in \mathbb{R}^{m\times n}$ matrisinde eğer $i > j$ için $A_{ij} = 0$ oluyorsa bu matrise üst üçgen matris diyeceğiz.

2. Üst Üçgen Matris

Başka bir deyişle üst üçgen matriste satır indisi, sütun indisinden büyük olan bütün bileşenler 0 dır.

ör. $A = \begin{bmatrix} 3 & 4.5 & 1 & -6 \\ 0 & 1 & -4 & 6 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 9 \end{bmatrix}$ $\quad B = \begin{bmatrix} 3 & 4.5 & 1 & -6 \\ 0 & 1 & -4 & 6 \end{bmatrix}$

3. Alt Üçgen Matris

Bir $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$ matrisinde eğer $j > i$ için $A_{ij} = 0$ oluyorsa bu matrise alt üçgen matris diyeceğiz.

$A = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 \\ 4 & 6 & 7 & 9 \end{bmatrix}$ $\quad B = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 2 & 6 \end{bmatrix}$

Matrislerin Ust Uçgen Matris Olup Olmadığını Kontrol Eden MATLAB Fonksiyonu I

```
function bool = ustUcgenMi(A)
%eger matris ust ucgen ise satir indisi sutun indisinden %buyuk
%iken bilesenlerin tamami 0 olmalidir.
[m,n]=size(A);% A'nin satir sayisi m, sutun sayisi n
bool=true; %default olarak ust ucgen oldugunu varsaydik
for i = 1:m
    for j = 1:n
        if i>j
            if A(i,j)~=0 %i, j'den buyuk iken A(i,j) ler 0 olmalı
                bool = false;
            end
        end
    end
end
```

Matrislerin Ust Uçgen Matris Olup Olmadığını Kontrol Eden MATLAB Fonksiyonu 2

```
function bool = ustUcgenMi2(A)
%bu fonksiyonda yalnizca i>j olan indisleri kontrol ediyoruz.
m=size(A,1);% A'nin satir sayisi m
bool=true; %default olarak ust ucgen oldugunu varsaydik
for i = 2:m
    for j = 1:i-1% hangi sutuna gidecegimiz hangi satirda oldugumuza bagli
        if A(i,j)~=0 %i, j'den buyuk iken A(i,j) ler 0 olmalı
            bool = false;
        end
    end
end
```

Matrislerin Alt Uçgen Matris Olup Olmadığını Kontrol Eden MATLAB Fonksiyonu

```
function bool = altUcgenMi(A)
%bu fonksiyonda yalnizca j>i olan indisleri kontrol ediyoruz.
m=size(A,1);% A'nin satir sayisi m
bool=true; %default olarak ust ucgen oldugunu varsaydik
for i = 1:m-1
    for j = i+1:n% hangi sutuna gidecegimiz hangi satirda oldugumuza bagli
        if A(i,j)~=0 %j, i'den buyuk iken A(i,j) ler 0 olmalı
            bool = false;
        end
    end
end
```

4. Diagonal (Köşegen) Matris

$A \in \mathbb{R}^{m\times n}$ bir matris olsun. Eger $i \neq j$ için $A_{ij} = 0$ oluyorsa A matrisine diagonal matris denir.

ör. $A = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 6 \end{bmatrix}$ 3×3 diagonal matris. $B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix}$

Not: Diagonal matrisler hem üst üçgen hem de alt üçgen matristir.

5. Birim Matris (Identity Matris)

Tüm diagonal elemanları 1 olan diagonal matrise birim matris denir.

Birim matrisler I_n ile gösterilirler. n burada matriste kac satır yada kac sutun oldugunu gosterir.

ör. $I_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ $\quad I_4 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

Matrisin Transpozunu Almak

Bir matrisin transpozu matrisin satırları sütun yapılarak elde edilir. Bu, aslinda sütunlarin satir yapilmasina denktir.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ 9 & 10 & 11 & 12 \end{bmatrix}_{3\times4} \qquad A^T = \begin{bmatrix} 1 & 5 & 9 \\ 2 & 6 & 10 \\ 3 & 7 & 11 \\ 4 & 8 & 12 \end{bmatrix}_{4\times3}$$

Formal olarak $A \in \mathbb{R}^{m\times n}$ bir matris olsun. Bu matrisin transpozu $A^T \in \mathbb{R}^{n\times m}$ olur.

Ayrıca $\forall\, i \in \{1, \ldots, m\}$ ve $\forall\, j \in \{1, \ldots, n\}$ için $\boxed{A_{ij} = A^T_{ji}}$

ör. `>>dogMatrix = imread('dog.jpg');`

```
>>imshow(dogMatrix');
```

5. Simetrik Matris

Transpozu kendine eşit olan matrise simetrik matris denir.

$A \in \mathbb{R}^{m\times n}$ bir simetrik matris olsun. A'nın transpozu $A^T \in \mathbb{R}^{n\times m}$ A'ya eşit olur.

Bu durumda $m = n$ olmak zorundadır. Bu ise simetrik matrisin aynı zamanda kare matris olmasını gerektirir. Yani satır sayisi sutün sayisina eşit olmak zorundadir.

Formal olarak $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$ bir kare matris olsun. Bu matris simetrik ise $\boxed{A_{ij} = A_{ji}}$ olur. $(i, j \in \{1, \dots, n\})$.

ör.

	Adana	Mersin	Sivas	Kayseri	Ankara
Adana	0	69	423	325	492
Mersin	69	0	491	328	485
Sivas	423	491	0	194	439
Kayseri	325	328	194	0	318
Ankara	492	485	439	318	0

Matris – Vektör Çarpımı

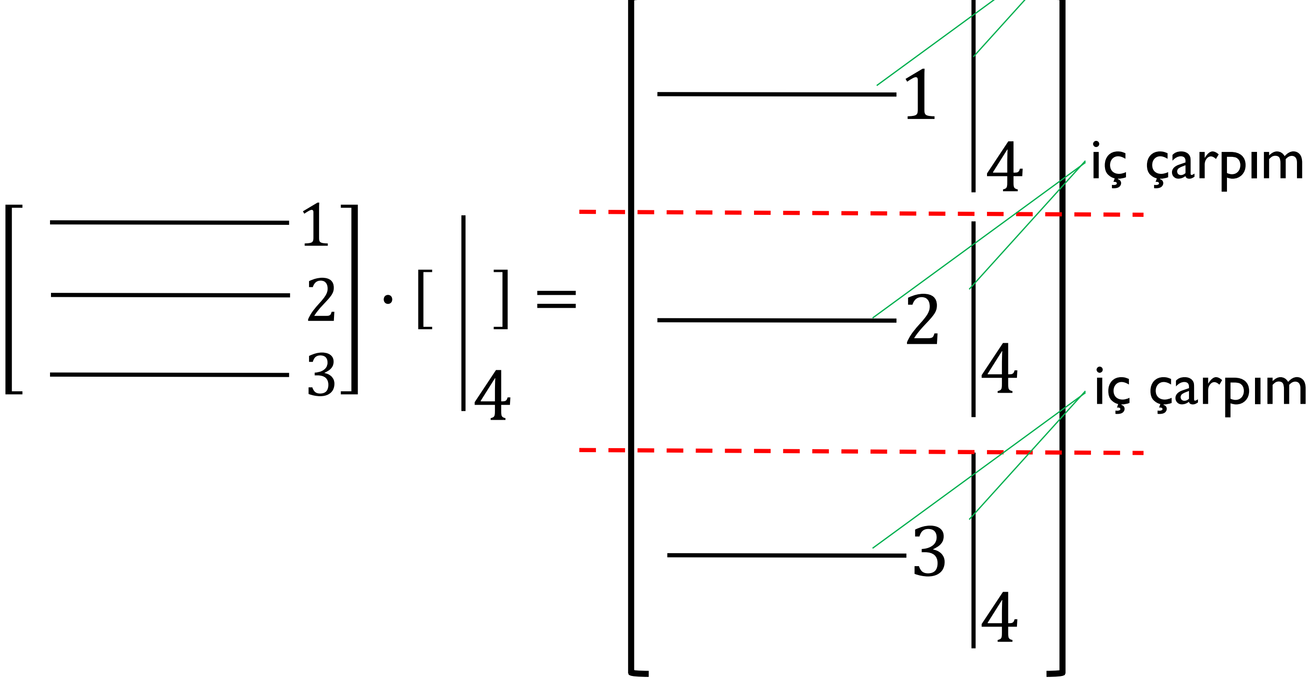
$A \in \mathbb{R}^{m \times n}$, $m \times n$ boyutunda bir matris ve $v \in \mathbb{R}^{n}$ n boyutunda bir vektör olsun.

Bu durumda A matrisi ile v vektörunun carpimiyla oluşan Av vektörü m boyutlu bir vektör olur, ve aşağıdaki şekillerde hesaplanır.

1. Satırlar ile Vektörü Çarpmak

Diyelimki A matrisi 3 tane satırdan oluşşsun ve v vektörü A'nin satirlariyla **<u>ayni boyutta</u>** bir vektör olsun.

A'nin satirlarini $1{,}2$ ve 3 ile, v vektörunu 4 ile numaralandiralim.



Matris – Vektör Çarpımı

$$\text{ör. } A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -1 & 4 \\ 2 & 2 \\ 0 & 0 \\ 6 & 1 \end{bmatrix}_{5\times2} \cdot \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}_{2\times1} = \begin{bmatrix} [1\ \ 3]\cdot\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} \\ [-1\ 4]\cdot\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} \\ [2\ \ 2]\cdot\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} \\ [0\ \ 0]\cdot\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} \\ [6\ \ 1]\cdot\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} \end{bmatrix}_{5\times1} = \begin{bmatrix} 1\cdot2+3\cdot1 \\ -1\cdot2+4\cdot1 \\ 2\cdot2+2\cdot1 \\ 0\cdot2+0\cdot1 \\ 6\cdot2+1\cdot1 \end{bmatrix}_{5\times1} = \begin{bmatrix} 5 \\ 2 \\ 6 \\ 0 \\ 13 \end{bmatrix}_{5\times1}$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -1 & 4 \\ 2 & 2 \\ 0 & 0 \\ 6 & 1 \end{bmatrix}_{5\times2} \cdot \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}_{2\times1} = \begin{bmatrix} <(1,3),(2,1)> \\ <(-1,4),(2,1)> \\ <(2,2),(2,1)> \\ <(0,0),(2,1)> \\ <(6,1),(2,1)> \end{bmatrix}_{5\times1} = \begin{bmatrix} 5 \\ 2 \\ 6 \\ 0 \\ 13 \end{bmatrix}_{5\times1}$$

Matris – Vektör Çarpımı

Genel Formül:

$$A = \begin{bmatrix} A_{11} & \cdots & A_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ A_{m1} & \cdots & A_{mn} \end{bmatrix}_{m\times n} \cdot \begin{bmatrix} v_1 \\ \cdots \\ v_n \end{bmatrix}_{n\times 1} = \begin{bmatrix} A_{11}v_1 + \cdots + A_{1n}v_n \\ \cdots \\ A_{m1}v_1 + \cdots + A_{mn}v_n \end{bmatrix}_{m\times 1} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{n} A_{1i}v_i \\ \cdots \\ \cdots \\ \sum_{i=1}^{n} A_{mi}v_i \end{bmatrix}_{m\times 1}$$

MATLAB Kodu:

```
z=zeros(m,1); % matrix-vektor carpimi olusacak yeni vektor
for i = 1:m %her satır için
    for j = 1:n %her sutun icin
        z(i)= z(i)+A(i,j)*v(j);
    end
end
```

iç çarpım bloğu

Direkt iç çarpım yaparak içerideki for loop'tan kurtulabiliriz:

```
z=zeros(m,1); % matrix-vektor carpimi olusacak yeni vektor
for i = 1:m %her satır için
    z(i)= A(i,:)*v;
end
```

2. Sütunlar ile Vektörü Çarpmak

Matris – vektör çarpımında ikinci bir yol olarak matrisin sutunlarini vektörün bileşenleri ile çarpıp toplayabiliriz.

Diyelimki A matrisi 3 tane satırdan sütundan olussun ve v vektörünun boyutu 3 olsun. A'nin sütunlarını $1,2$ ve 3 ile numaralandıralım.

$$[\ \underset{1}{\Bigg|}\ \underset{2}{\Bigg|}\ \underset{3}{\Bigg|}\ ] \cdot \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix} = v_1 \cdot \underset{1}{\Bigg|} + v_2 \cdot \underset{2}{\Bigg|} + v_3 \cdot \underset{3}{\Bigg|}$$

Direkt iç çarpım yaparak içerideki for loop'tan kurtulabiliriz:

```
z=zeros(m,1); % matrix-vektor carpimi olusacak yeni vektor
for i = 1:m %her satır için
    z(i)= A(i,:)*v;
end
```

2. Sütunlar ile Vektörü Çarpmak

Matris – vektör çarpımında ikinci bir yol olarak matrisin sutunlarini vektörün bileşenleri ile çarpıp toplayabiliriz.

Diyelimki A matrisi 3 tane satırdan sütundan olussun ve v vektörünun boyutu 3 olsun. A'nin sütunlarını $1{,}2$ ve 3 ile numaralandıralım.

$$\left[\;\underset{1}{\Big|}\;\;\underset{2}{\Big|}\;\;\underset{3}{\Big|}\;\right] \cdot \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix} = v_1 \cdot \underset{1}{\Big|} + v_2 \cdot \underset{2}{\Big|} + v_3 \cdot \underset{3}{\Big|}$$

vektör skaler çarpımı

vektör skaler çarpımı

vektör skaler çarpımı

Matris – Vektör Çarpımı

$$\text{ör. } A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -1 & 4 \\ 2 & 2 \\ 0 & 0 \\ 6 & 1 \end{bmatrix}_{5\times 2} \cdot \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}_{2\times 1} = 2 \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \\ 0 \\ 6 \end{bmatrix}_{5\times 1} + 1 \cdot \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \\ 2 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}_{5\times 1} = \begin{bmatrix} 2\cdot 1 \\ 2\cdot -1 \\ 2\cdot 2 \\ 2\cdot 0 \\ 2\cdot 6 \end{bmatrix}_{5\times 1} + \begin{bmatrix} 1\cdot 3 \\ 1\cdot 4 \\ 1\cdot 2 \\ 1\cdot 0 \\ 1\cdot 1 \end{bmatrix}_{5\times 1} =$$

$$\begin{bmatrix} 1\cdot 2 + 3\cdot 1 \\ -1\cdot 2 + 4\cdot 1 \\ 2\cdot 2 + 2\cdot 1 \\ 0\cdot 2 + 0\cdot 1 \\ 6\cdot 2 + 1\cdot 1 \end{bmatrix}_{5\times 1} = \begin{bmatrix} 5 \\ 2 \\ 6 \\ 0 \\ 13 \end{bmatrix}_{5\times 1}$$

MATLAB Kodu

```
z=zeros(m,1); % matrix-vektor carpimi olusacak yeni vektor
for i = 1:n %her sutun için
    for j = 1:m %her satır icin
        z(j)= z(j)+A(j,i)*v(i);
    end
end
```

Vektör-skaler çarpımıyla içteki for loop'tan kurtulabiliriz.

```
z=zeros(m,1); % matrix-vektor carpimi olusacak yeni vektor
for i = 1:n %her sutun için
     z= z+A(:,i)*v(i);
end
```

ör. Sağlıklı bir kisinin bir gun sonunda Korona virusune sahip olma olasiliği 0.2; sağlıklı kalma olasiligi 0.8 olsun. Koronali birinin bir gun icerisinde viruslu kalma olasiliği 0.9, sağılığına dönme olasılğı 0.1 olsun. Buna göre

i. Başlangıçta 95 sağlıklı insan 5 koronali varsa, bir gun sonra sağlıklı insan ve koronali insan sayıları ne olur?

ii. İki gün sonra bu sayılar ne olur?

Çözüm.

Bir gün sonraki sağlıklı insan sayısı sağlıklı olup sağlıklı kalanlar ile koronolaı olup iyileşenlerden oluşur.

95 sağlıklı insandan bir gün sonra sağlıklı kalanların sayısı $0.8 \times 95 = 76$ olur.

5 koronali insandan bir gün sonra iylieşenlerin sayısı $0.1 \times 5 = 0.5$ olur.

Toplam $0.8 \times 95 + 0.1 \times 5 = 76.5$ sağlıklı insan bulunur. Bu toplam $[0.8 \ \ 0.1]$ ile $\begin{bmatrix} 95 \\ 5 \end{bmatrix}$ vektörlerinin iç çarpımı ile de elde edilebilir.

$$[0.8 \ \ 0.1] \cdot \begin{bmatrix} 95 \\ 5 \end{bmatrix}$$

Koronali kişiler ise sağlıklı olup hastalananlar ile koronali olup iyileşmeyenlerden oluşur.

95 sağlıklı insandan bir gün sonra koronaya yakalanların sayısı $0.2 \times 95 = 19$ olur.

5 koronali insandan bir gün sonra iyileşmeyenlerin sayısı $0.9 \times 5 = 4.5$ olur.

Toplam $0.2 \times 95 + 0.9 \times 5 = 23.5$ koronalı bulunur. Bu toplam $[0.2 \ \ 0.9]$ ile $\begin{bmatrix} 95 \\ 5 \end{bmatrix}$ vektörlerinin iç çarpımı ile de elde edilebilir.

$$[0.2 \ \ 0.9] \cdot \begin{bmatrix} 95 \\ 5 \end{bmatrix}$$

Bu iki iç çarpım aşağıdaki gibi bir matris – vektör çarıpımı şeklinde yazılabilir:

$$\begin{bmatrix} 0.8 & 0.1 \\ 0.2 & 0.9 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 95 \\ 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.8 \times 95 + 0.1 \times 5 \\ 0.2 \times 95 + 0.9 \times 5 \end{bmatrix}$$

$$\begin{array}{r}\text{Sağlıklı kalma}\\ \text{Hasta kalma}\end{array}\begin{bmatrix}0.8 & 0.1\\ 0.2 & 0.9\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}95\\ 5\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0.8\times 95+0.1\times 5\\ 0.2\times 95+0.9\times 5\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}76.5\\ 23.5\end{bmatrix}\begin{array}{l}\text{Sağıklı}\\ \text{Koronalı}\end{array}$$

Sağlıklı insan Koronalı insan

Ikinci gunun sonunda kaç sağılıklı kaç koronalı olacağı birinci günün sonuna bağlıdır. Hastalanma ve iyileşme oranlarının değişmediğini varsayarsak:

$$\begin{bmatrix}0.8 & 0.1\\ 0.2 & 0.9\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}76.5\\ 23.5\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0.8\times 76.5+0.1\times 23.5\\ 0.2\times 76.5+0.9\times 23.5\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}63.55\\ 36.45\end{bmatrix}$$

Ucuncu günün sonunda: $\begin{bmatrix}0.8 & 0.1\\ 0.2 & 0.9\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}63.55\\ 36.45\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}54.485\\ 45.515\end{bmatrix}$

Dördüncü günün sonunda: $\begin{bmatrix}0.8 & 0.1\\ 0.2 & 0.9\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}54.485\\ 45.515\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}48.14\\ 51.86\end{bmatrix}$