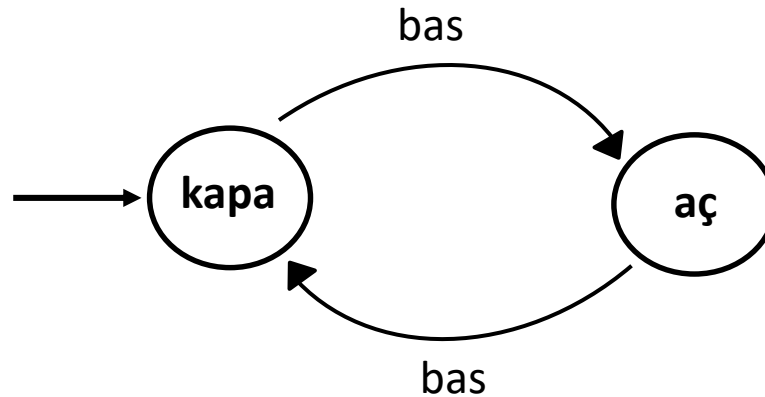


Otomata Teorisi

Fırat İsmailoğlu, PhD

Hafta 3:

Sonlu Otomata (II.Bölüm)



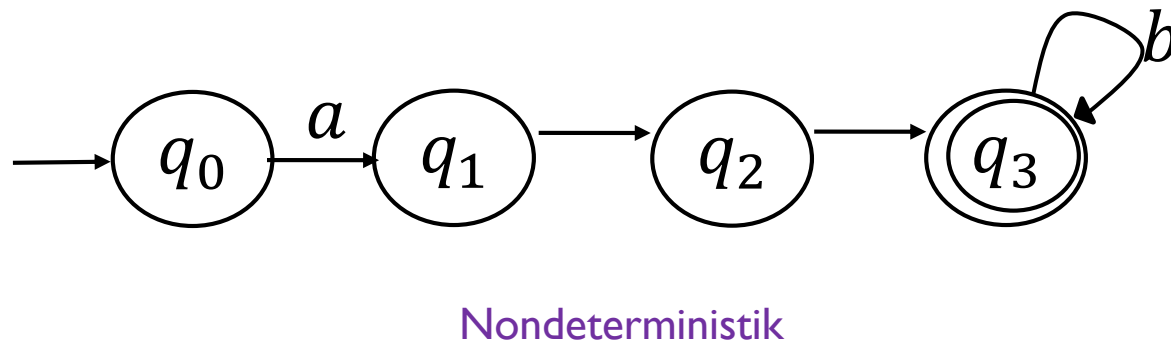
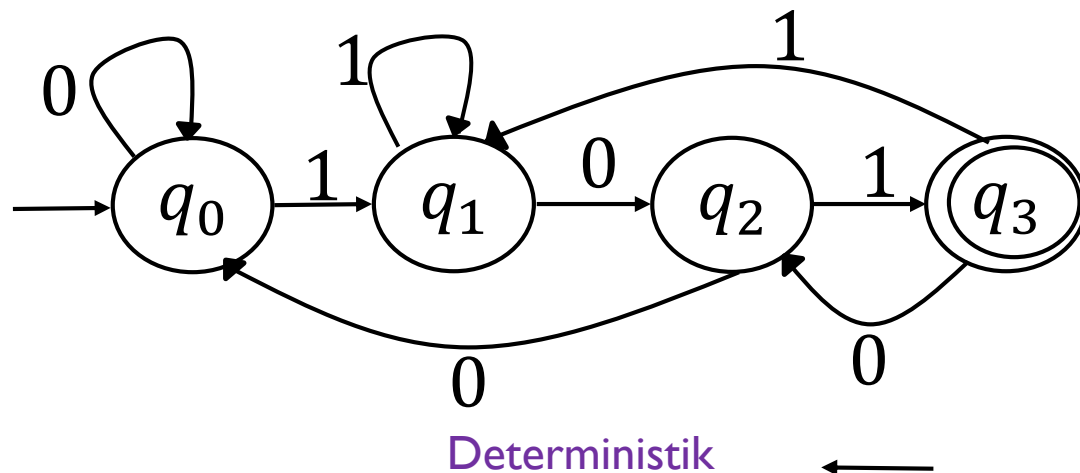
Hafta 3

Plan

1. NSO inşası
2. Epsilon Geçişleri
3. Nondeterministik Sonlu Otomata'nın Resmi Gösterimi
4. Bir NSO'yu bir DSO'ya Dönüştürme

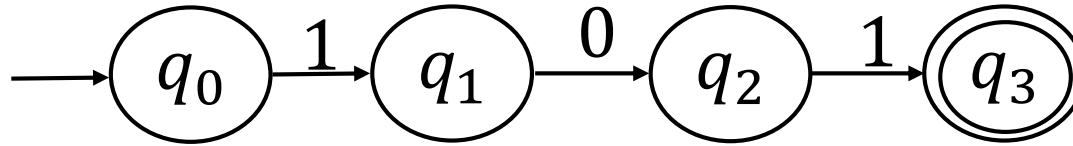


ör. $\Sigma = \{0,1\}$ alfabeti kullanılarak üretilen kelimelerden sonu '101' ile biten kelimeri kabul eden deterministik ve nondeterministik sonlu otomatalar:

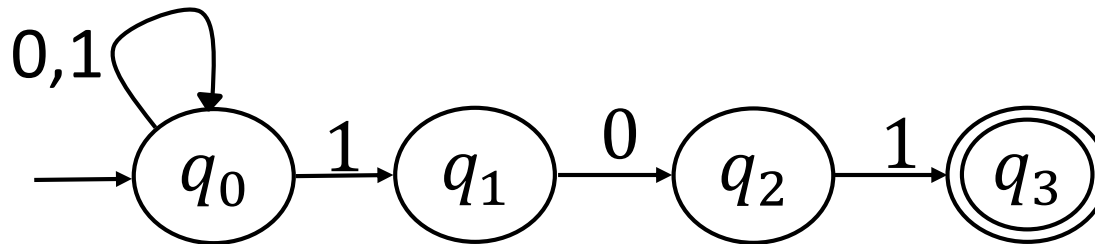


Bir önceki soruda NSO'yu inşa ederken:

Oncelikle 101 geldiginde kabul durumuna ulasan otomata inş edilir:

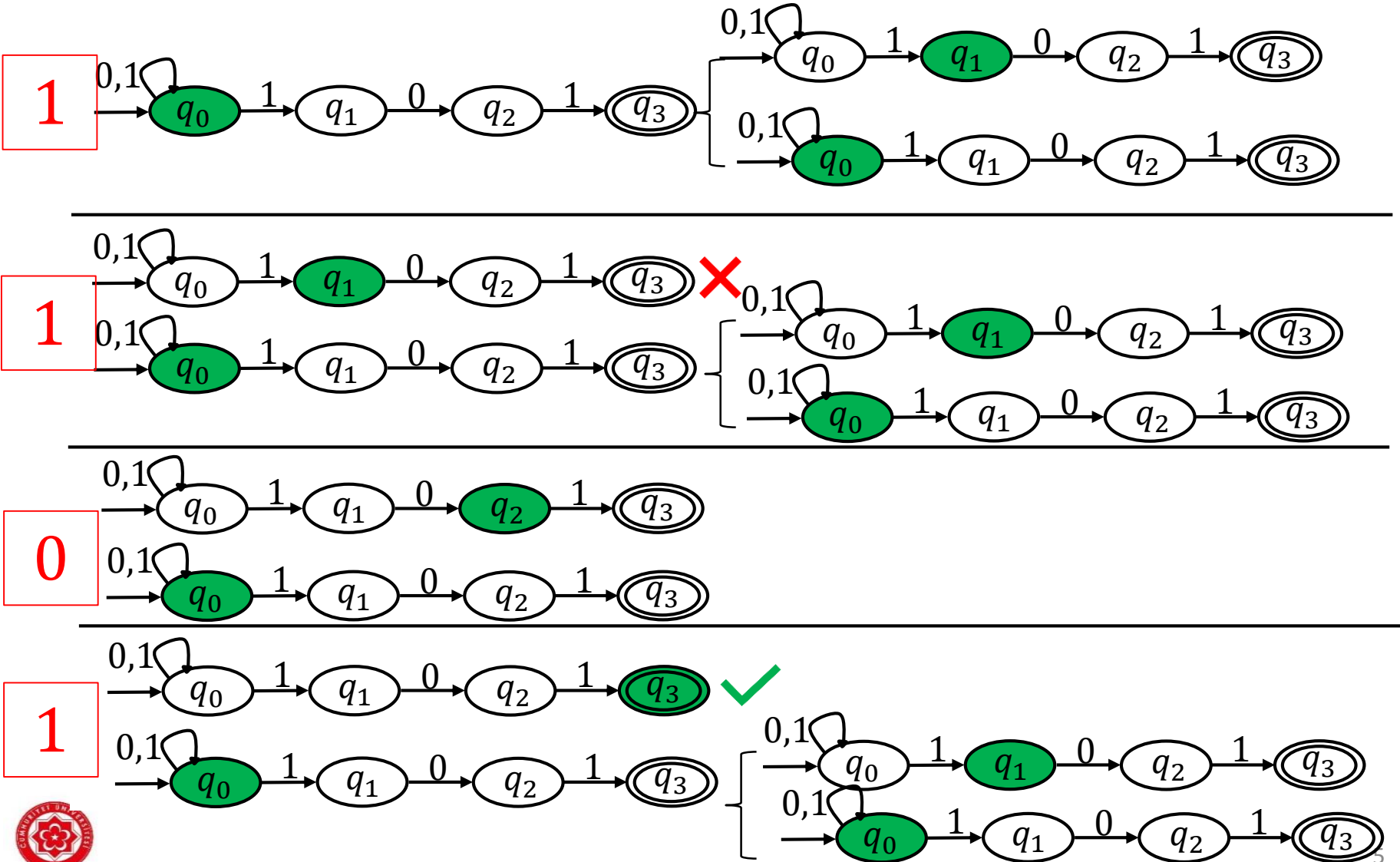


Ve buna q_0' dan 0 ve 1 oklari ekleriz ki, 0 yada 1 ile baslayip 101 ile biten kelimeri kabul etsin.



Ek bilgi:

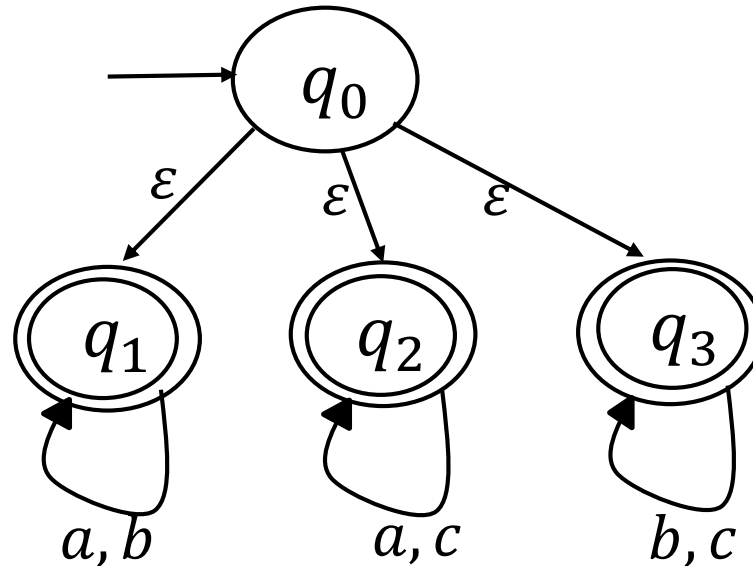
Önceki örnekteki nondeterministik otomata q_0' da karşılaştığı her 1 harfi için kendini kopyalar. Örnek olarak 1101 kelimesini aldığı düşünelim.



Epsilon(ε) geçişleri

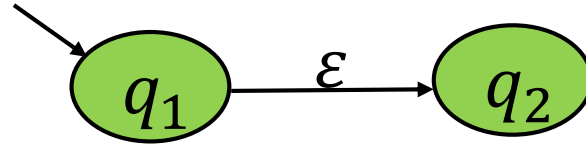
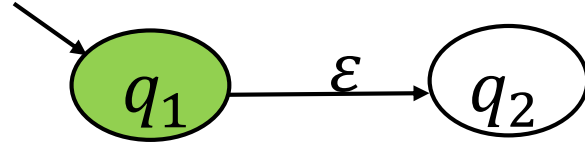
NSO'nun bir diğer güzelliği epsilon geçişlerine izin vermesidir. Bu geçiş diğer geçişlerden farklı olarak harf almaz. Yani epsilon (ε) ile bağlanan iki durumdan, birinden diğerine geçmek için bir harf gerekmez; otomatik olarak geçeriz. Yani bu iki durumdan ilkine vardığımızda diğerine de varmış oluruz.

ör. $\Sigma = \{a, b, c\}$ alfabeti kullanılarak oluşturulan kelimelerden a, b, c harflerinden ucunu birden içeren kelimeri kabul etmeyen sonlu otomata:

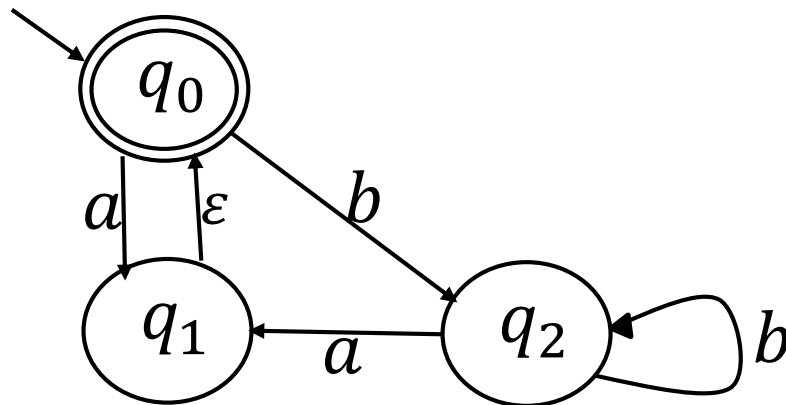


Epsilon(ε) geçişleri

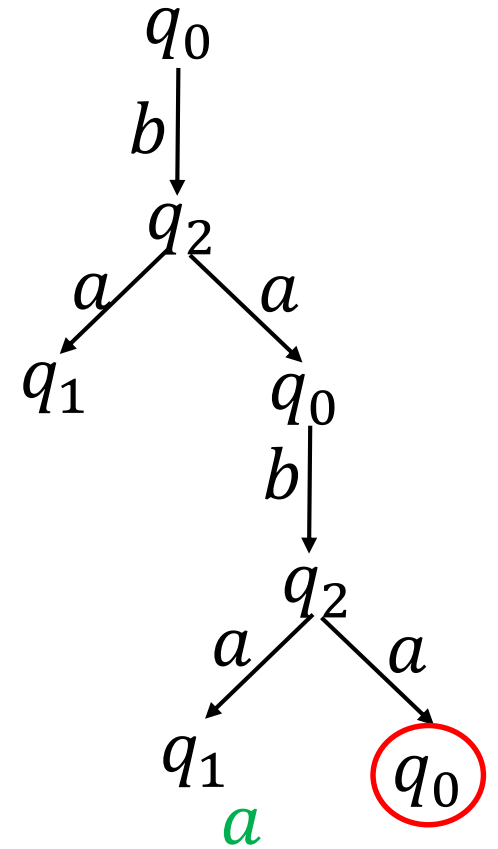
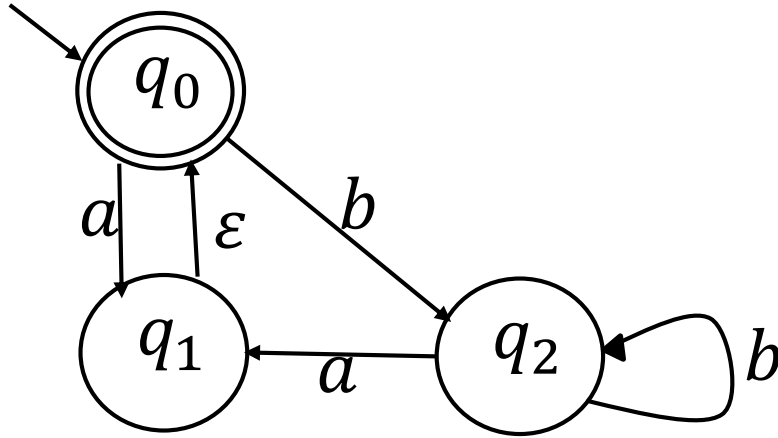
Aralarında bir ε geçişi olan iki durumdan ilkine vardığımızda ilkiyle beraber ikinciye de otomatik olarak varmış oluruz.



ör. $\Sigma = \{a, b\}$ alfabeti kullanılarak üretilen kelimelerden ε , a , baa ve $baba$ kelimelerini kabul eden; fakat b ve bb kelimelerini kabul etmeyen sonlu otomata:



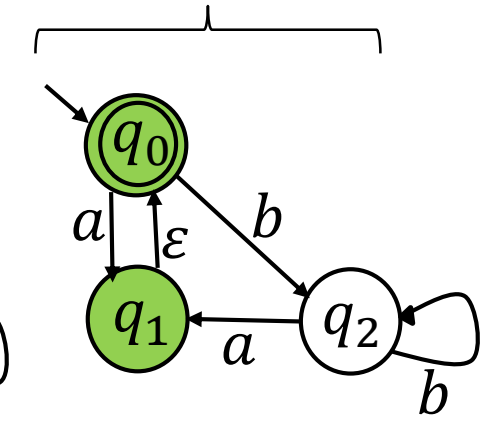
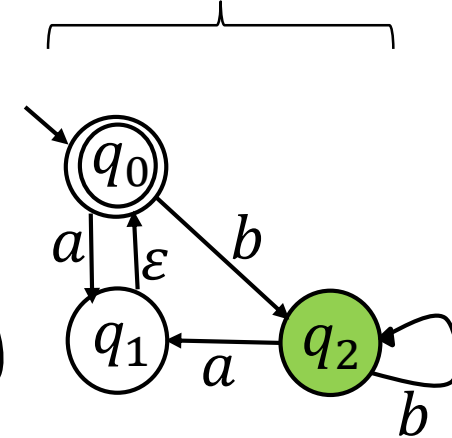
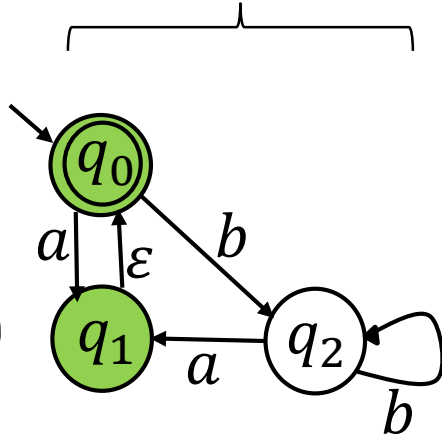
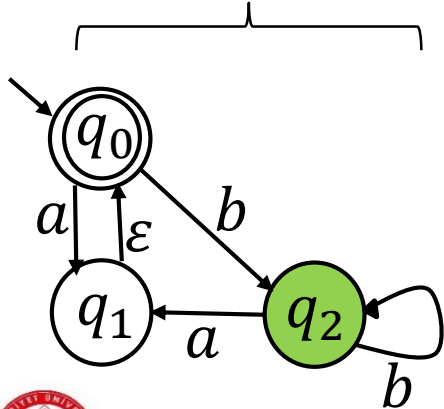
$w = \textit{baba}$



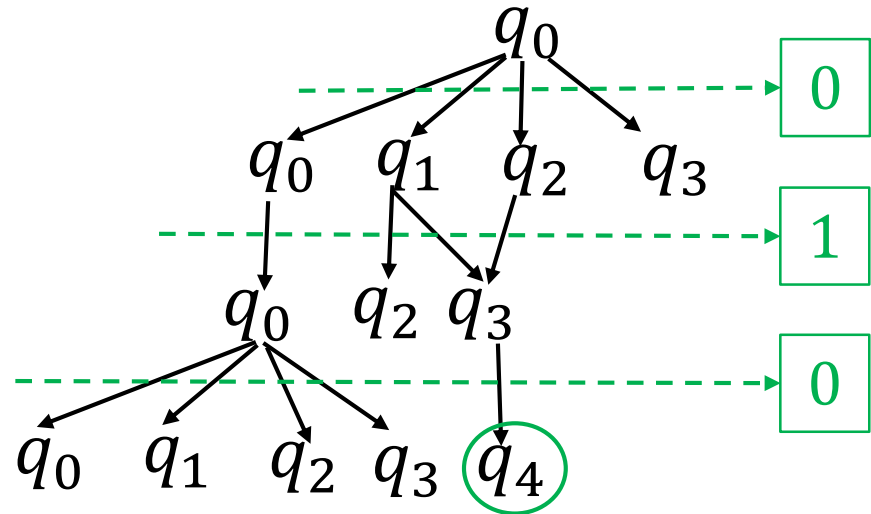
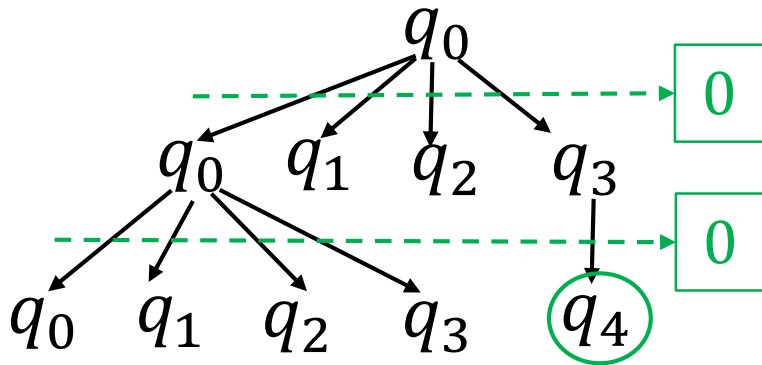
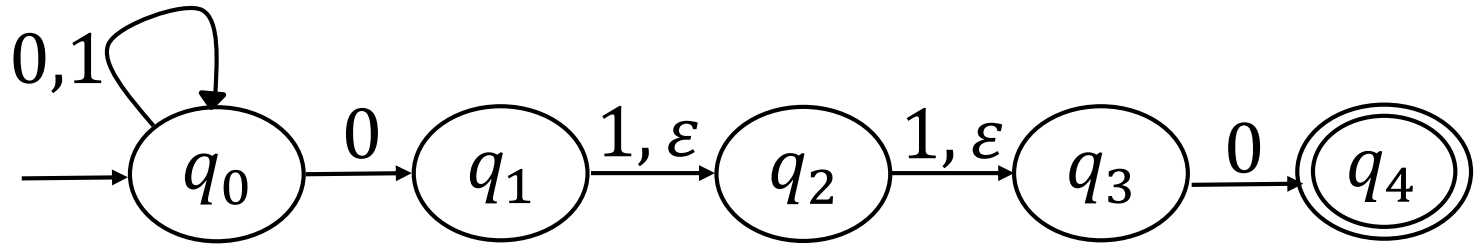
b

a

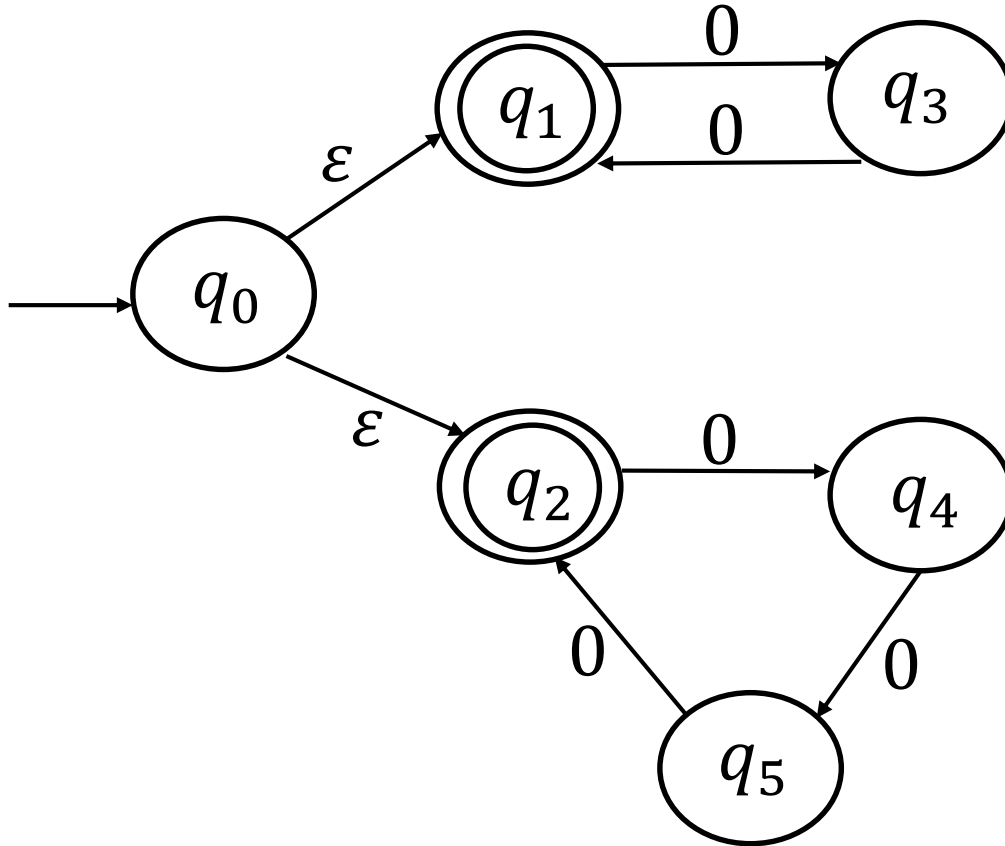
b



ör. $\Sigma = \{0,1\}$ alfabeti kullanılarak üretilen kelimelerden sonu '0110' yada '010' yada '00' ile biten kelimeleri kabul eden nondeterministik sonlu otomata:

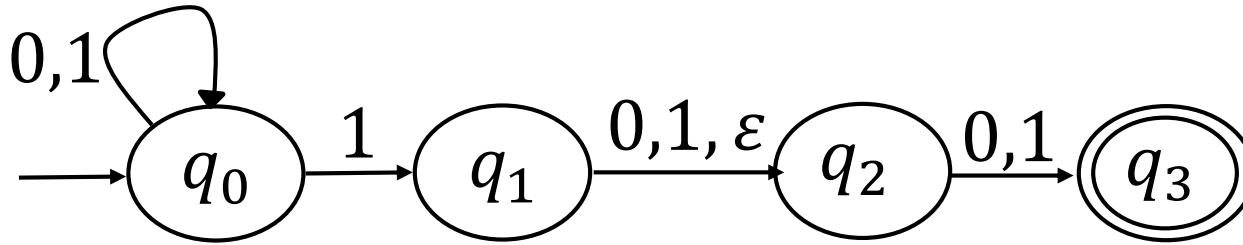


ör. $\Sigma = \{0\}$ alfabeti kullanılarak oluşturulan kelimelerden 2'nin yada 3'ün katı uzunluğundaki kelimeleri tanıyan sonlu otomata:

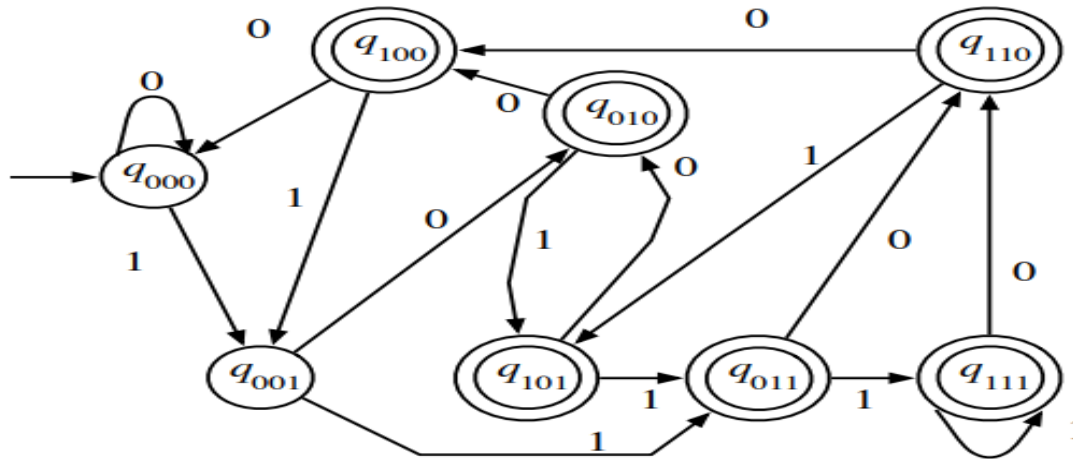


Neden Nondeterministik?

ör. $\Sigma = \{0,1\}$ alfabeti kullanılarak üretilen kelimelerden sondan 3. harfi yada sondan 2. harfi 1 olan kelimeleri tanıyan nondeterministik sonlu otomata:



Nondeterministik



Deterministik



Nondeterministik Sonlu Otomatanın Formal Tanımı

Bir nondeterministik sonlu otomata 5-li sıradır ve $(Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ ile gösterilir. Burada:

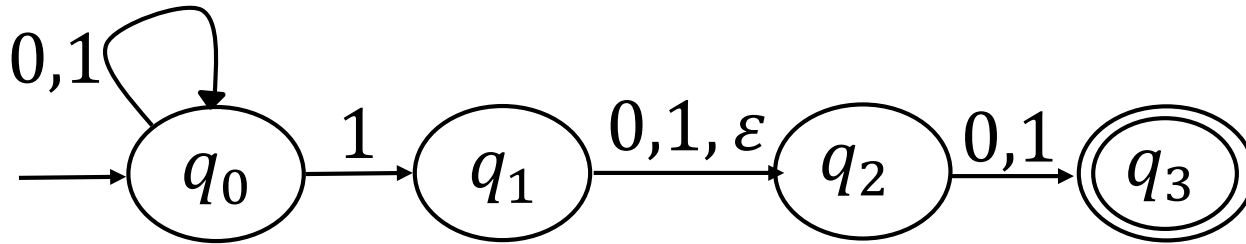
1. Q tüm durumları içeren sonlu bir kümedir,
2. Σ kullandığımız harfleri (inputları) içeren alfabadir,
3. $\delta: Q \times \Sigma_\varepsilon \rightarrow \mathcal{P}(Q)$ geçiş fonksiyonudur (transition function),
4. $q_0 \in Q$ başlangıç durumudur,
5. $F \subseteq Q$ final durumları içeren kümedir.

Not 1. $\Sigma_\varepsilon = \Sigma \cup \{\varepsilon\}$. Yani NSO'da ε geçişine de izin veriyoruz.

Not 2. Dikkat et! NSO'da geçiş fonksiyonunun değer kümesi Q değil, Q 'nun güç kümesi olan $\mathcal{P}(Q)$ 'dur. $\mathcal{P}(Q)$ 'nin elemanları Q 'nun altkümeleri idi. Yani böylece NSO'da bir durumdan yalnız bir duruma değil birden çok duruma geçiş yapabiliriz.



ör.



$$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3\},$$

$$\Sigma = \{0,1\},$$

$$q_0,$$

$$F = \{q_3\}.$$

δ	0	1	ε
q_0	$\{q_0\}$	$\{q_0, q_1\}$	\emptyset
q_1	$\{q_2\}$	$\{q_2\}$	$\{q_2\}$
q_2	$\{q_3\}$	$\{q_3\}$	\emptyset
q_3	\emptyset	\emptyset	\emptyset



NSO ve DSO'nun Denkliği

NSO, DSO'dan daha güçlü görünmesine karşın, aslında NSO ve DSO aynı dili tanırlar; yani birbirlerine denktirler.

Teorem 1 : Her bir DSO zaten bir NSO dur. ($DSO \subseteq NSO$)

Bir DSO, bir NSO'ya dönüştürülürken yalnızca geçiş fonksiyonu aşağıdaki gibi değiştirilir:

$\delta: Q \times \Sigma \rightarrow Q$ iken, $\delta: Q \times \Sigma \rightarrow \mathcal{P}(Q)$ olur.

ör. $\delta(q_i, 0) = q_j, \delta(q_i, 0) = \{q_j\}$ olur.

Teorem 2 : Her bir NSO'ya karşılık bir DSO vardır.

Bir NSO'yu bir DSO'ya dönüştürürken şu süreç izlenir.



Bir NSO'yu bir DSO'ya dönüştürme:

Bir NSO $N = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$, bir D DSO'ya dönüştürülürken:

1. $\mathcal{P}(Q)$ oluşturulur, yani Q 'nin bütün altkümeleri. D'nin durumları bu $\mathcal{P}(Q)$ 'nin elemanları olan altkümeler olur.

2. D'nin başlangıç ve final (kabul) durumlarına karar verilir:

Başlangıç durumu: N'deki başlangıç durumu q_0 'ı ve varsa q_0 'ın ε ile bağlandığı diğer durumları içeren $\mathcal{P}(Q)$ 'nin elemanı olan küme D'nin başlangıç durumu olur.

Kabul durumu: N'deki kabul durumlarını içeren $\mathcal{P}(Q)$ 'nin her elemanı D'nin bir kabul durumu olur.

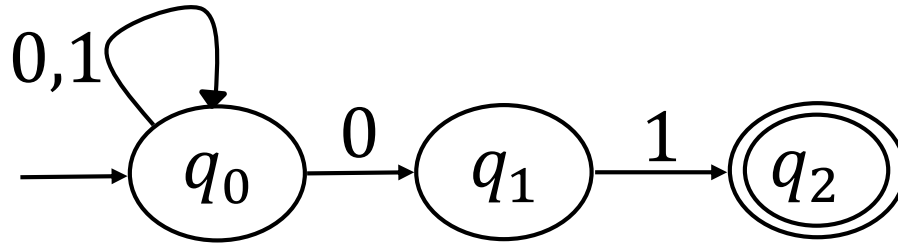
3. D için geçiş tablosu oluşturulur. Bunun için $\mathcal{P}(Q)$ 'nin her biri bir altküme olan elemanı için, bu altkümedeki her bir durumun Σ 'daki her bir harf için hangi duruma gittiği bulunur. Bulunan durumların oluşturduğu birleşim kümesi geçiş durumu olur.



Bir NSO'yu bir DSO'ya dönüştürme:

4. Son olarak $\mathcal{P}(Q)$ 'nin geçiş alan elemanları için 3'de bulunan geçiş tablosu yardımıyla DSO çizilir.

ör.



$$N = (Q = \{q_0, q_1, q_2\}, \Sigma = \{0,1\}, \delta, q_0, F = \{q_2\})$$

NSO'sunun DSO'ya dönüşümü:

1. $P(Q) = \{\emptyset, \{q_0\}, \{q_1\}, \{q_2\}, \{q_0, q_1\}, \{q_0, q_2\}, \{q_1, q_2\}, \{q_0, q_1, q_2\}\}$

2. Başlangıç durumu: $\{q_0\}$,

Kabul durumları: $\{q_2\}, \{q_0, q_2\}, \{q_1, q_2\}, \{q_0, q_1, q_2\}$

($P(Q)$ 'nin q_2 'yi içeren her elemanını aldık)

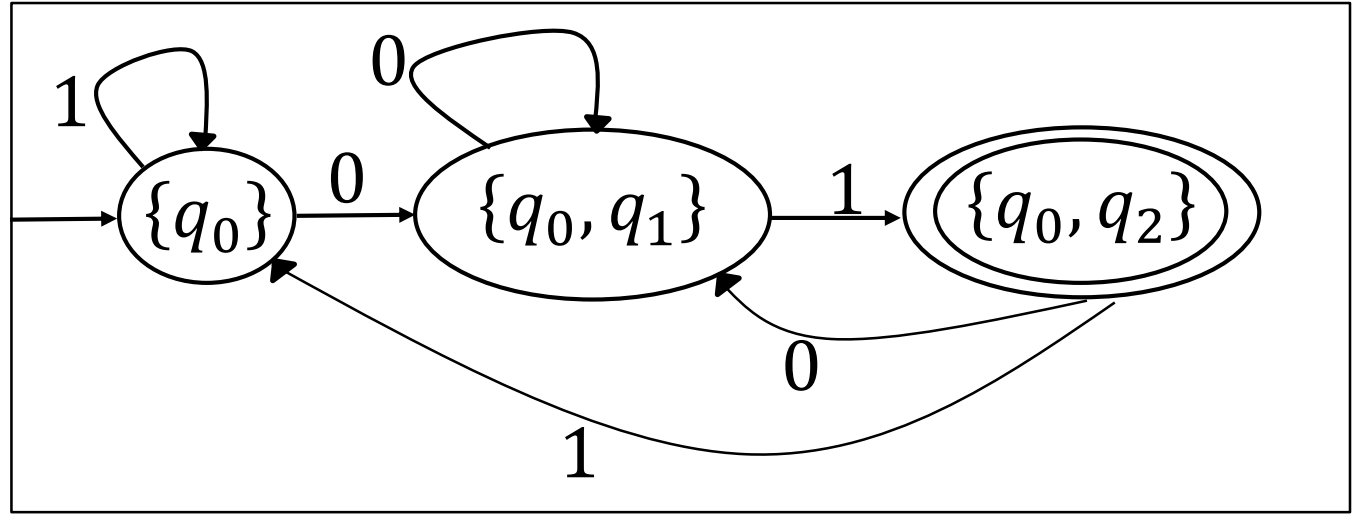
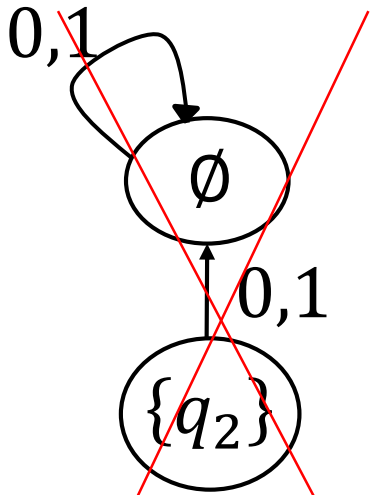


3. Geçiş tablosu:

	δ_D	0	1
Yeni durumlar	\emptyset	\emptyset	\emptyset
	$\{q_0\}$	$\{q_0, q_1\}$	$\{q_0\}$
	$\{q_1\}$	\emptyset	$\{q_2\}$
	$\{q_2\}$	\emptyset	\emptyset
	$\{q_0, q_1\}$	$\{q_0, q_1\}$	$\{q_0, q_2\}$
	$\{q_0, q_2\}$	$\{q_0, q_1\}$	$\{q_0\}$
	$\{q_1, q_2\}$	\emptyset	$\{q_2\}$
	$\{q_0, q_1, q_2\}$	$\{q_0, q_1\}$	$\{q_0, q_2\}$

4. Yukarıdaki tabloda yalnızca \emptyset , $\{q_0\}$, $\{q_2\}$, $\{q_0, q_1\}$ ve $\{q_0, q_2\}$ durumlarına geçiş vardır. O yüzden DSO'yu inşa ederken yalnızca bu durumları dikkate alacağız.

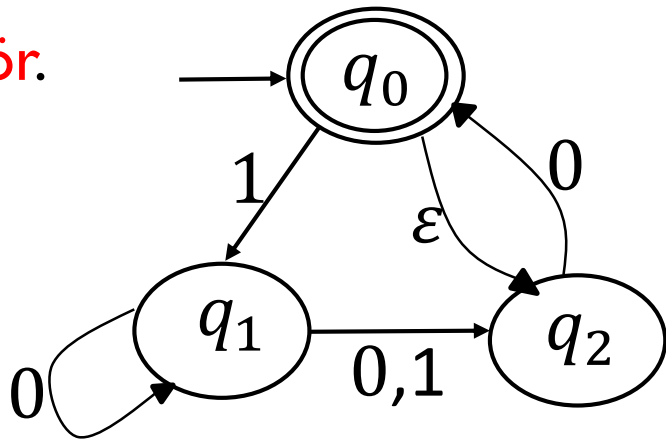




Bu parçaya başlangıç durumu $\{q_0\}$ 'dan ulaşamayacağı için, bu parçayı atıyoruz.



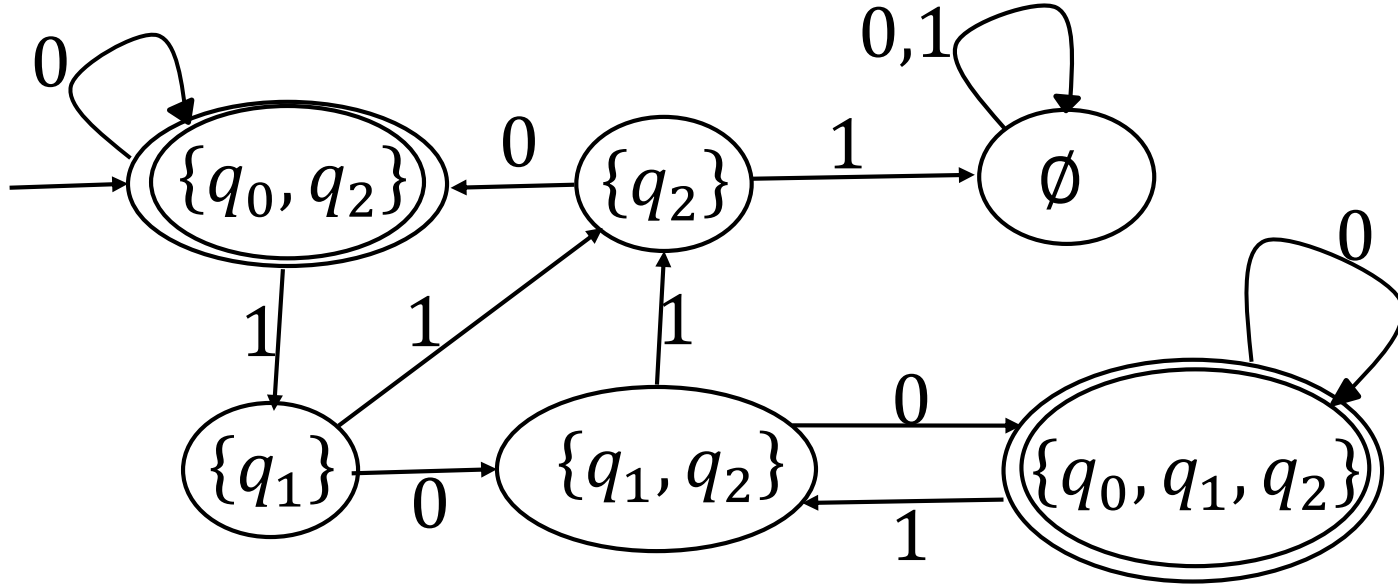
ör.



δ_D	0	1
\emptyset	\emptyset	\emptyset
$\{q_0\}$	\emptyset	$\{q_1\}$
$\{q_1\}$	$\{q_1, q_2\}$	$\{q_2\}$
$\{q_2\}$	$\{q_0, q_2\}$	\emptyset
$\{q_0, q_1\}$	$\{q_1, q_2\}$	$\{q_1, q_2\}$
$\{q_0, q_2\}$	$\{q_0, q_2\}$	$\{q_1\}$
$\{q_1, q_2\}$	$\{q_0, q_1, q_2\}$	$\{q_2\}$
$\{q_0, q_1, q_2\}$	$\{q_0, q_1, q_2\}$	$\{q_1, q_2\}$

q_2' den 0 ile hem q_0' 'a, hem de oradan ε ile otomatik olarak q_2' ye gidilir!





Not 1. Başlangıç durumu yalnız q_0 değil, q_0 ile birlikte q_0' in ε ile bağlandığı q_2 .

Not 2. Kabul durumları NSA'daki kabul durumu olan q_0' ı içeren tüm alt kümeler.

