Otomata Teorisi

Fırat İsmailoğlu, PhD

Hafta 8:
Turing Makinesi (I. Bölüm)

Hafta 8
Plan

1. Turing Makinesi (TM) Örnek
2. TM Giriş
3. TM Yapısı
4. TM Bantının Özellikleri
5. TM Formal Gösterimi
6. TM Konfigürasyonu
7. JFLAP ile TM

Turing Makinesi Ornek

Diyelim ki $L = \{w\#w \mid w \in \{0,1\}^*\}$ dilinin kelimelerini tanimak istiyoruz ve bize test etmek icin cok uzun bir kelime verildi:

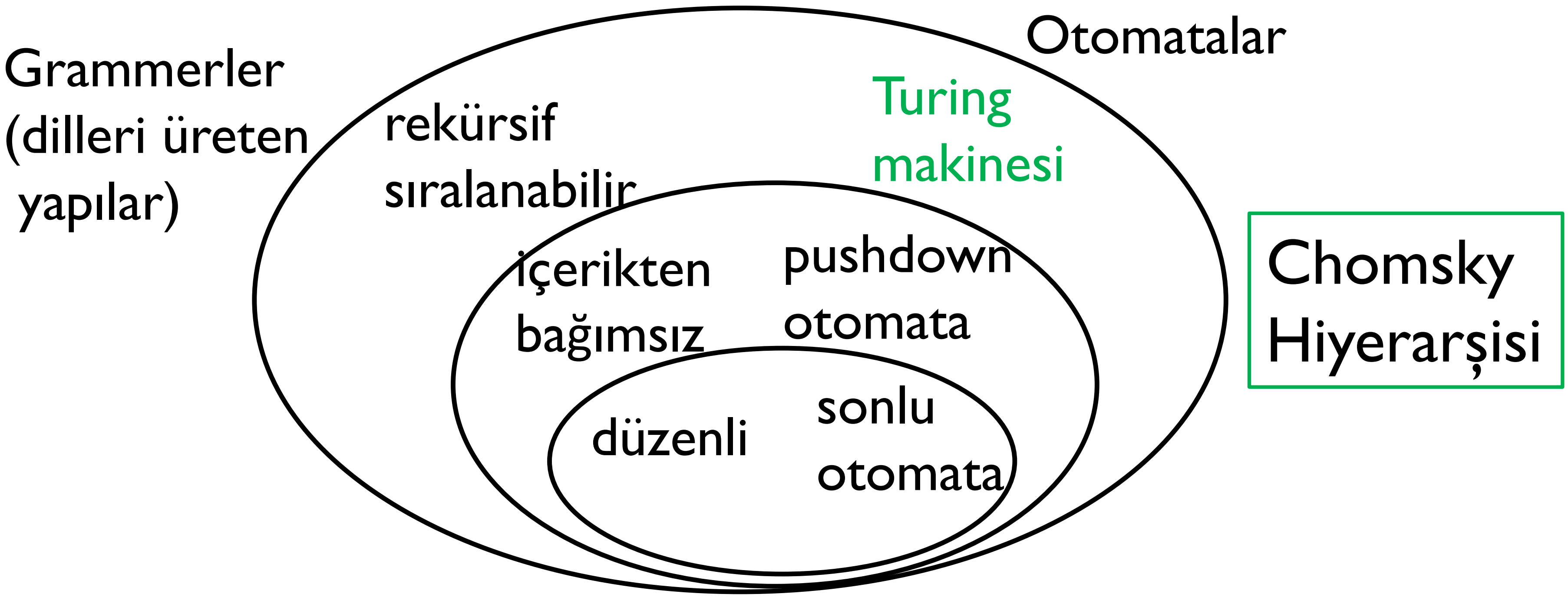
$$0100 \ldots 11\#0100 \ \ldots 11$$

bu kelimenin L'nin bir elemani olup olmadigini anlamak icin uygulayabilecegimiz bir yontem # etrafinda bir saga bir sola giderek $\#'$ nin saginda ve solunda ayni sembolun (0 yada 1) olup olmadigini test etmek ve ayni sembole denk gelirsek bunu x ile isaretlemektir.

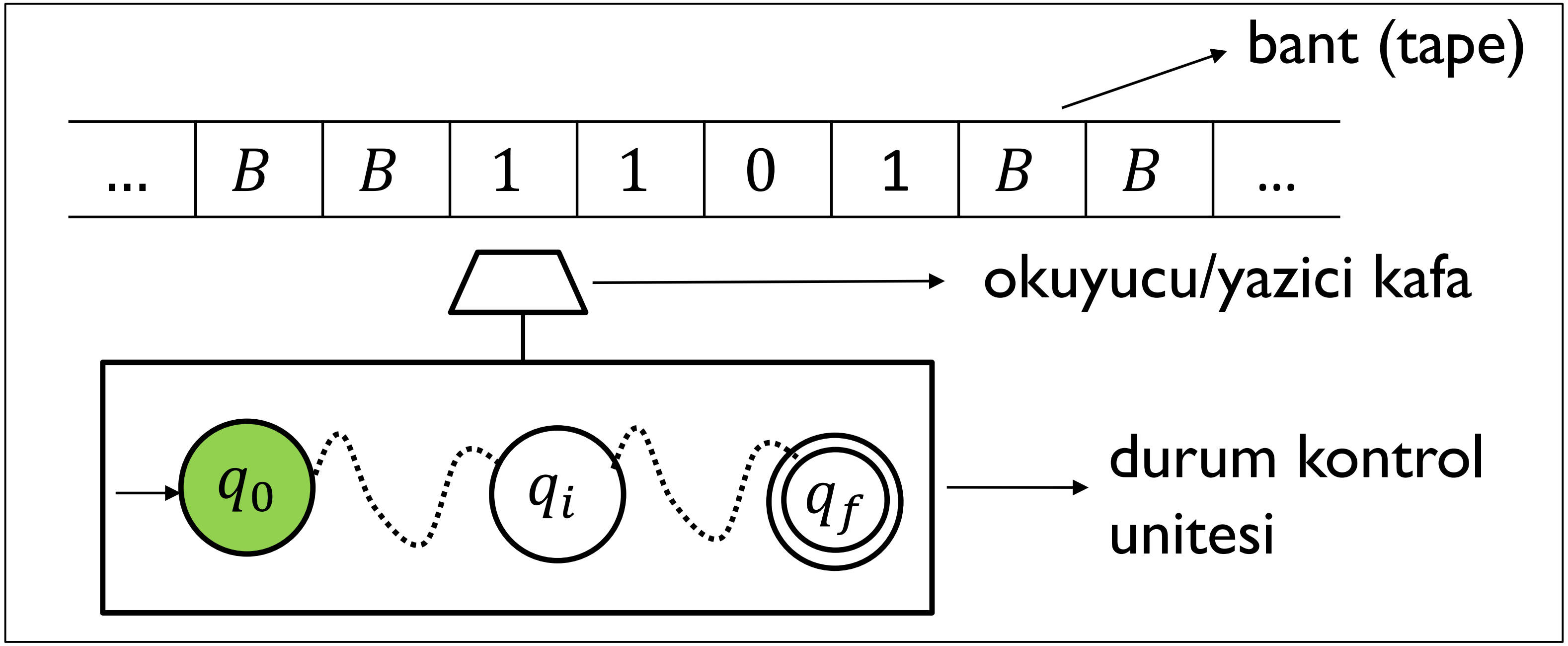
0	1	0	0	...	1	1	#	0	1	0	0	...	1
x	1	0	0	...	1	1	#	0	1	0	0	...	1
x	1	0	0	...	1	1	#	x	1	0	0	...	1
x	x	0	0	...	1	1	#	x	1	0	0	...	1
x	x	0	0	...	1	1	#	x	x	0	0	...	1
x	x	x	x	...	x	x	#	x	x	x	x	...	x

Turing Makinesi Giriş

Turing makinesi su ana kadar gordugumuz sonlu otomata ve ve pushdown otomatadan cok daha guclu bir makinedir. Onlarin cozdukleri problemlere ek olarak cok daha kompleks problemleri cozebilir, cok daha karmasik dilleri taniyabilir.



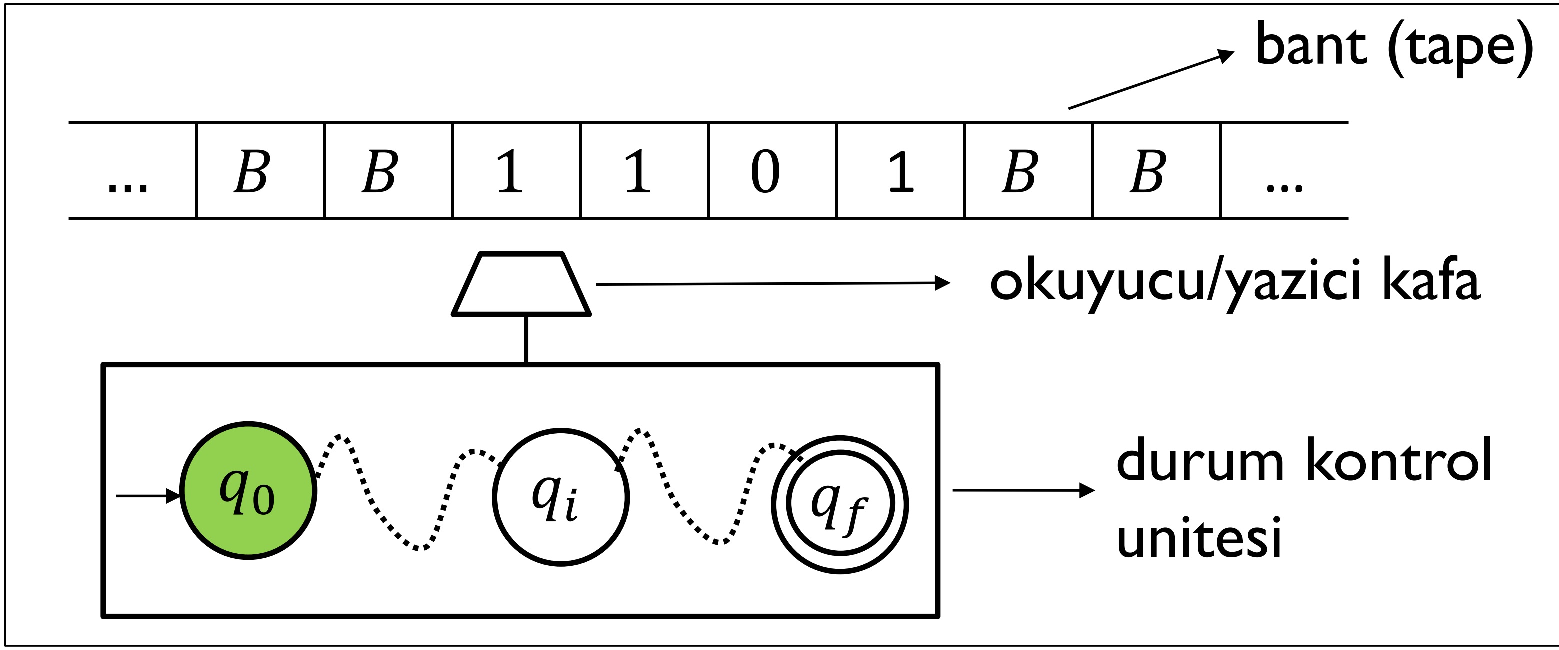
Turing Makinesi Yapisi



Bir Turing makinesi, bir bant (tape), bir okuyucu/yazici kafa (head) ve bir durum kontrol unitesinden olusur.

Kafa saga (ileriye) sola (geriye) hareket edebilir. Bantdan harf (sembol) okuyabilir, yada mevcut harfi silip yerine yeni bir harf yazabilir.

Turing Makinesi Yapısı



Durum kontrol unitesi daha onceden bildigimiz sonlu otomata yapisini icinde tutar. Banttan her bir harf okundugunda buradaki bir durum aktif olur. Kabul durumuna gelindiginde okunan kelime kabul edilir.

Bantin Ozellikleri

1. Bir Turing makinesinde kullanilan bantin <u>sonsuz uzunlukta</u> oldugu varsayilir. Boylece Turing makinesinin sonsuz bir hafizaya sahip oldugu dusunulur.
2. Bantin hucrelerden (cell) olustugu varsayilir.
3. Baslangic olarak, test edilecek kelime bantin ortasina her bir hucreye bir harf gelecek sekilde yazilir. Banttaki diger butun hucrelere 'B' ozel sembolu konur. Burada B boslugu (blank) temsil etmektedir.

   (Bazi kaynaklarda B yerine, $\diamond$ yada $\sqcup$ sembolleri kullaniliyor.)
4. Baslangic durumunda okuma-yazma basi test edilecek kelimenin en soldaki harfinde durur.
5. Bantta kullanilan alfabe (bantin uzerindeki semboller) kelimelerin alfabesinden (giris-input alfabesi) farkli olabilir.

Turing Makinesinin Bir Hareketi

Turing Makinesi bir defa hareket etmesiyle su degisimler olur:

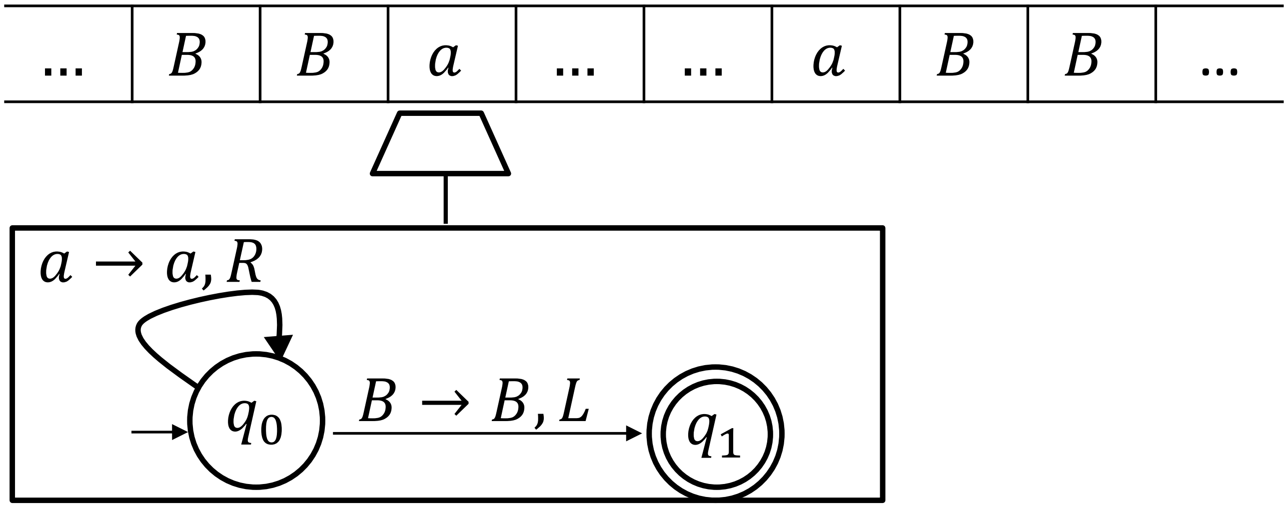
1. Durum degisebilir. (Q)
2. Banttaki okunan hucreye yeni bir harf yazilabilir. (Γ)
3. Okuma-yazma basi saga yada sola hareket eder . (R, L)

Makinenin hareketi; durumun degismesi, banta bir harf yazilmasi ve okuma-yazma basinin hareket etmesinin bir ortak fonksiyonudur.

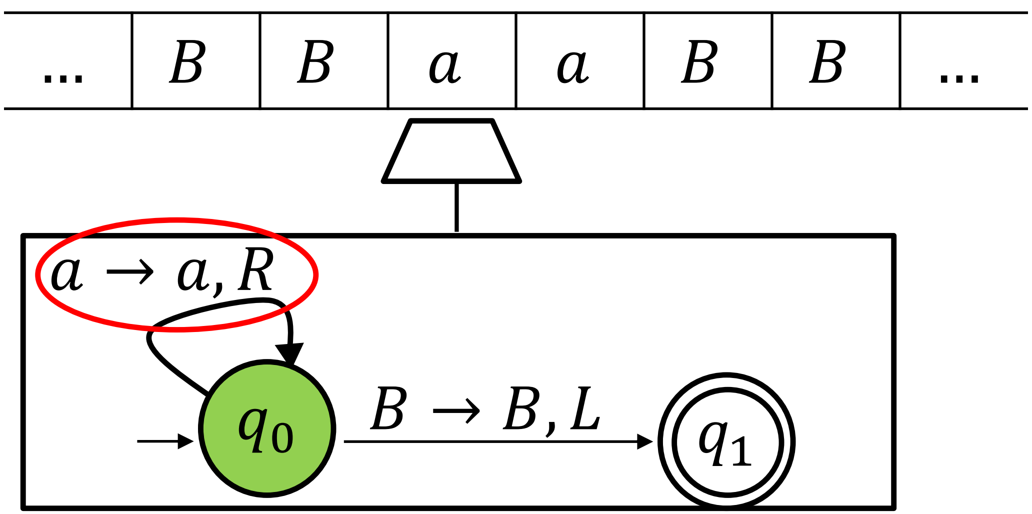
Bu uc degisim Turing makinesinin bir konfigurasyonunu olustur.

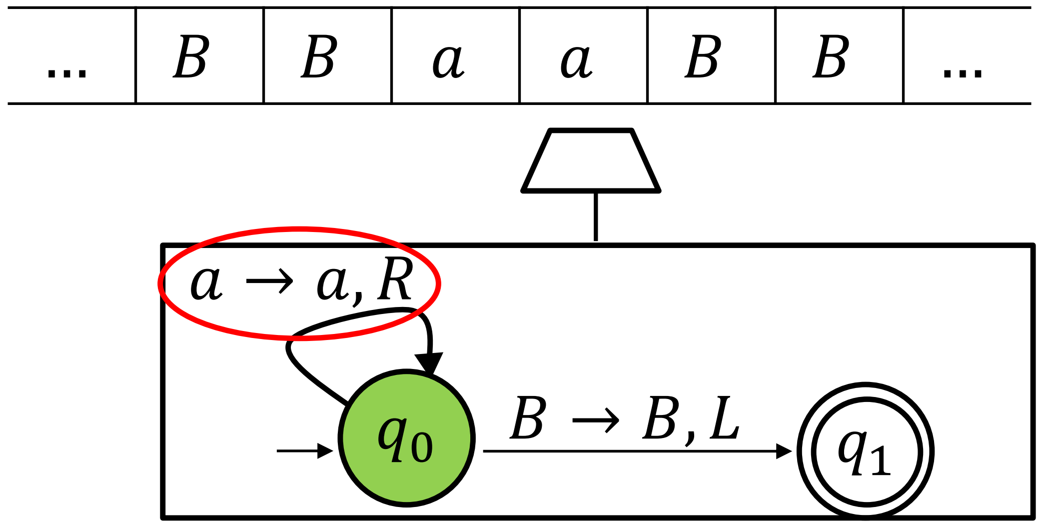
Makinenin her bir harekette bir duruma gitmesi, o ana kadar olanlarin neler oldugunun kaydinin tutulmasi gibi dusunulebilir.

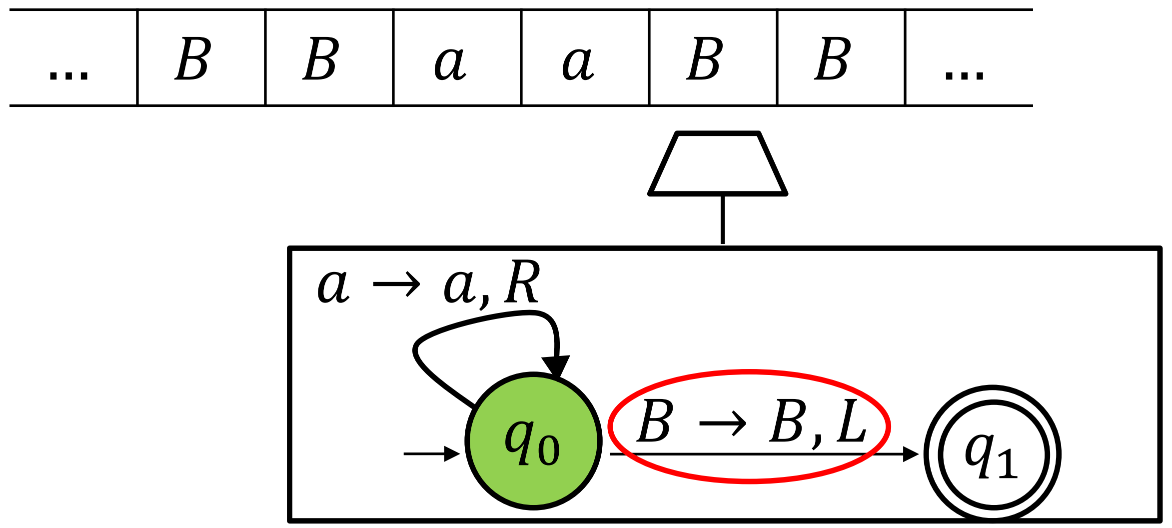
or. Asagidaki TM $L = \{w | w \in a^*\}$ dilini tanir.

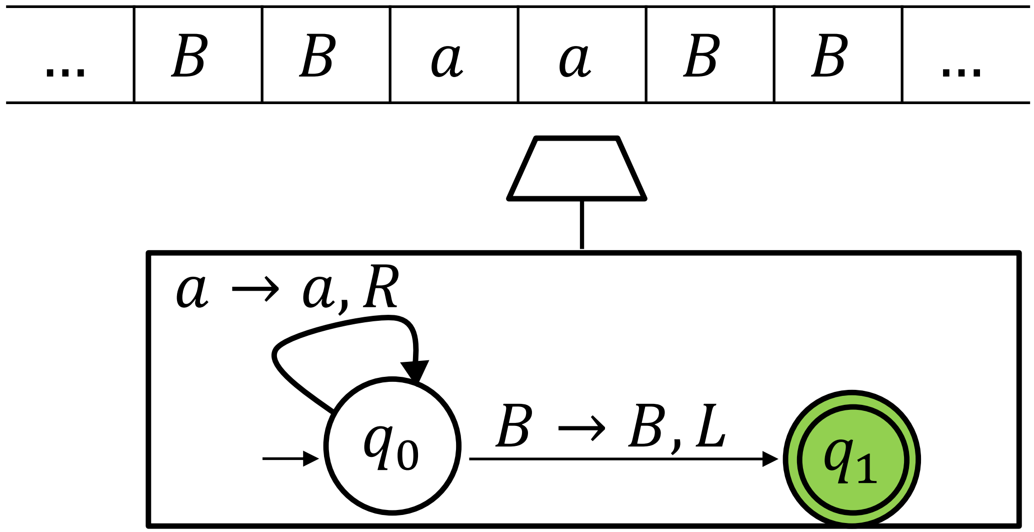


$w = aa$ kelimesini ele alalim.




... B B a a B B ...
a → a, R
q0
B → B, L
q1

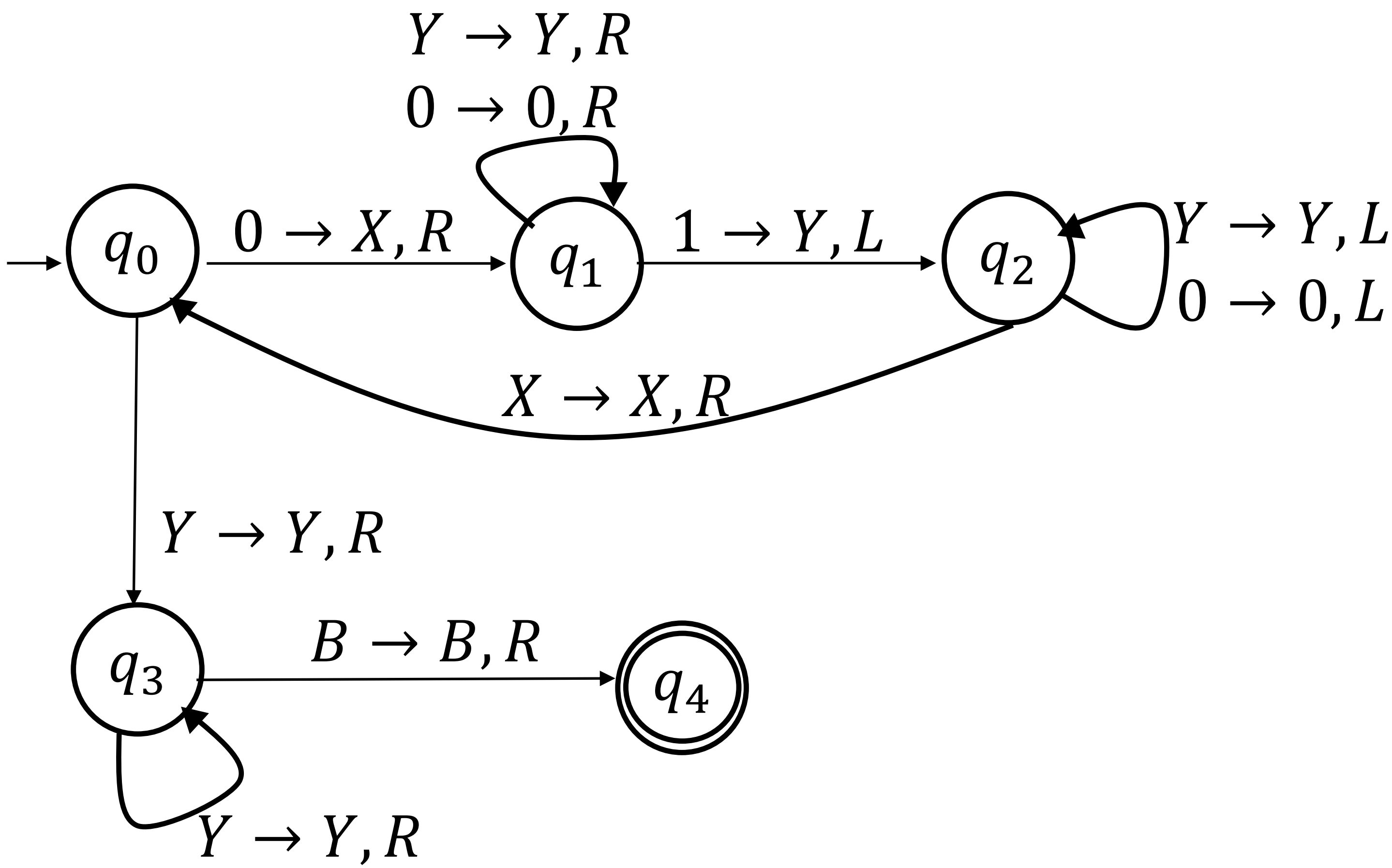

... B B a a B B ...
a → a, R
q0
B → B, L
q1



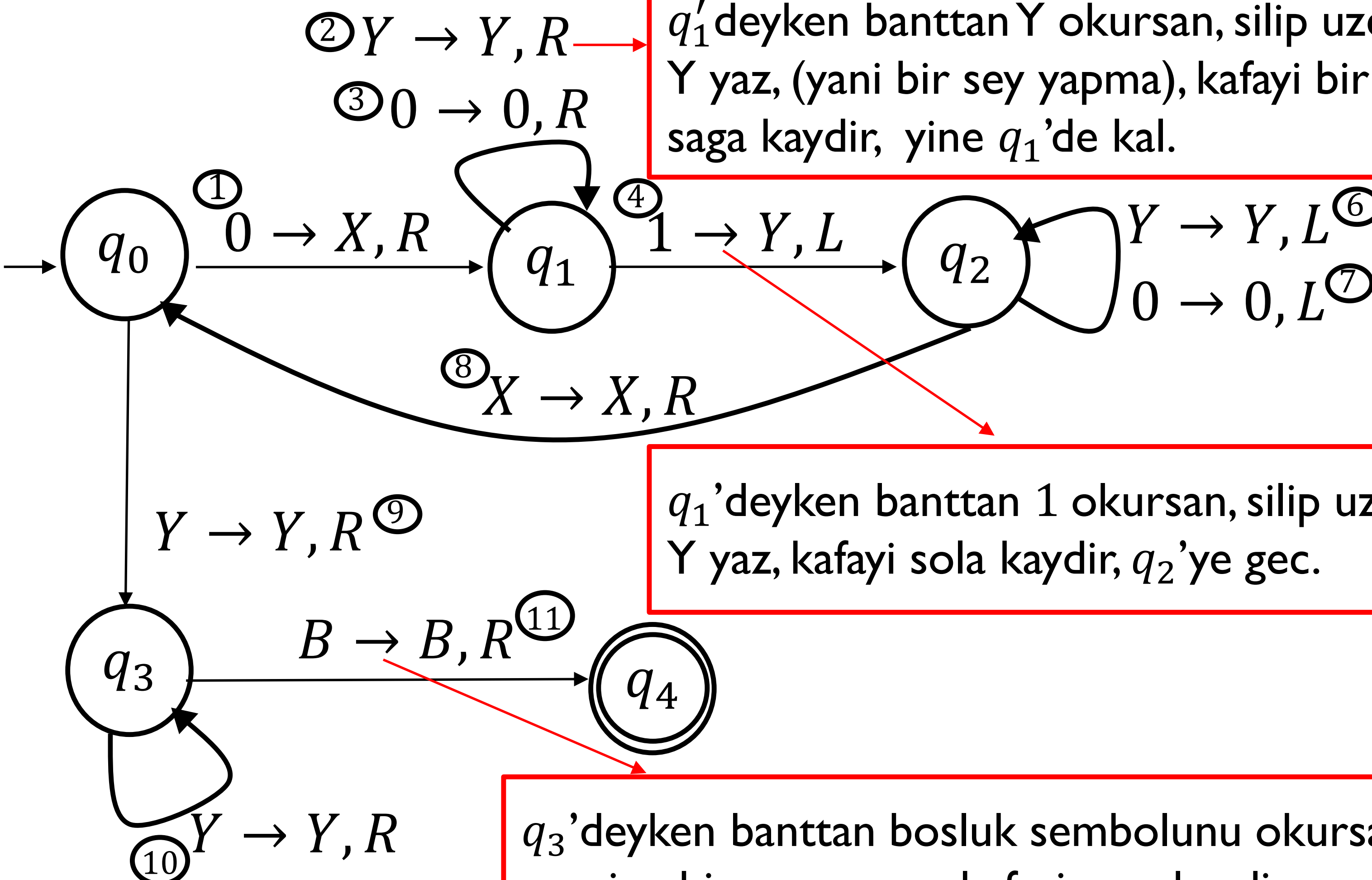
or. $L = \{0^n 1^n | n \geq 1\}$ dilini taniyan bir TM insa edelim.

Onceki haftalarda bu dilin duzenli olmadigini Pumping lemma yardimiyla gormustuk. Daha sonra bu dili taniyan bir pushdown otomata insa etmistik. Chomsky hiyearsinine gore bir pushdown otomata tarafindan taninan her dil, bir Turing makinesi tarafindan da taninacagindan bu dil icin bir TM vardir.

Bu dilinin kelimelerini tanimak icin, kelimede 0 gordugumuz yere X, 1 gordugumuz yere Y yazar, daha sonra bu X ve Y lerin eslesirse kelimeyi kabul ederiz.



$L = \{0^n 1^n | n \geq 1\}$ dilini taniyan TM



q_1'deyken banttan Y okursan, silip uzerine Y yaz, (yani bir sey yapma), kafayi bir harflik saga kaydir, yine q_1'de kal.

q_1'deyken banttan 1 okursan, silip uzerine Y yaz, kafayi sola kaydir, q_2'ye gec.

q_3'deyken banttan bosluk sembolunu okursan uzerine bir sey yazma, kafayi saga kaydir ve final durumu olan q_4'e gec.

$L = \{0^n 1^n | n \geq 1\}$ dilini taniyan TM

$w = 0^2 1^2$ kelimesini banta yazip okuyalim. Bant: $\ldots B0011B \ldots$

Banttan Okunan Harf	Aktif Durum	Isletilen Kural	Gosterim
	q_0		$\ldots B\overset{\substack{q_0\\ \downarrow}}{0}011B \ldots$
0	q_1	1	$\ldots BX\overset{\substack{q_1\\ \downarrow}}{0}11B \ldots$
0	q_1	3	$\ldots BX0\overset{\substack{q_1\\ \downarrow}}{1}1B \ldots$
1	q_2	4	$\ldots BX\overset{\substack{q_2\\ \downarrow}}{0}Y1B \ldots$
0	q_2	7	$\ldots B\overset{\substack{q_2\\ \downarrow}}{X}0Y1B \ldots$
X	q_0	8	$\ldots BX\overset{\substack{q_0\\ \downarrow}}{0}Y1B \ldots$
0	q_1	1	$\ldots BXX\overset{\substack{q_1\\ \downarrow}}{Y}1B \ldots$

$w = 0^2 1^2$ kelimesini banta yazip okuyalim. Bant: $\ldots B0011B \ldots$

Banttan Okunan Harf	Aktif Durum	Isletilen Kural	Gosterim
Y	q_1	2	q_1 $\ldots BXXY1B \ldots$
1	q_2	4	q_2 $\ldots BXXYYB \ldots$
Y	q_2	6	q_2 $\ldots BXXYYB \ldots$
X	q_0	8	q_0 $\ldots BXXYYB \ldots$
Y	q_3	9	q_3 $\ldots BXXYYB \ldots$
Y	q_3	10	q_3 $\ldots BXXYYB \ldots$
B	q_4	11	q_4 $\ldots BXXYYB \ldots$

Turing Makinesinin Formal Gosterimi

Bir TM'nin formal gosterimi bir 7-li sıradır: $M = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, B, F)$.

1) Q tüm durumların kümesi

2) Σ dilin kelimelerinin uretildigi alfabe (giris-input) alfabesi

3) Γ bantin uzerindeki harflerin (sembollerin) alfabesi (bantin alfabesi)

4) $\delta: Q \times \Gamma \rightarrow Q \times \Gamma \times \{L, R\}$ geçiş fonksiyonu

5) q_0 başlangıç durumu

6) B Banitin uzerindeki özel boşluk sembolü

7) F bitiş durumlari kümesi

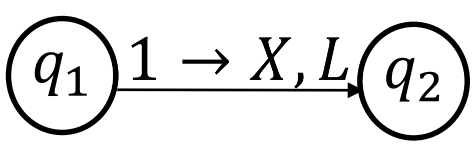
Not 1. Her zaman $B \in \Gamma$ ve $\Sigma \subseteq \Gamma$. Bantın alfabesi Γ, yani bantın üzerıne yazabıleceklerimiz, her zaman kelimenin alfabesini (Σ) içerir ve buna ek olarak B gibi özel semboller de içerir.

Turing Makinesinin Geçiş Fonksiyonu

$$\delta : Q \times \Gamma \rightarrow Q \times \Gamma \times \{L, R\}$$

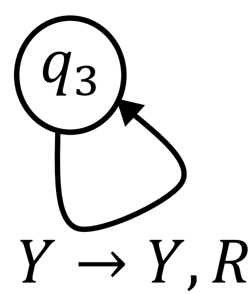
- Q (ilk): o anki durum
- Γ (ilk): makinenin başlığının o anki okuduğu harf
- Q (ikinci): geçiş sonrasi varılan durum
- Γ (ikinci): geçiş sonrasi banta yazılan harf
- $\{L, R\}$: geçiş sonrasi makinenin kafasının sağa yada sola hareket etmesi

ör.



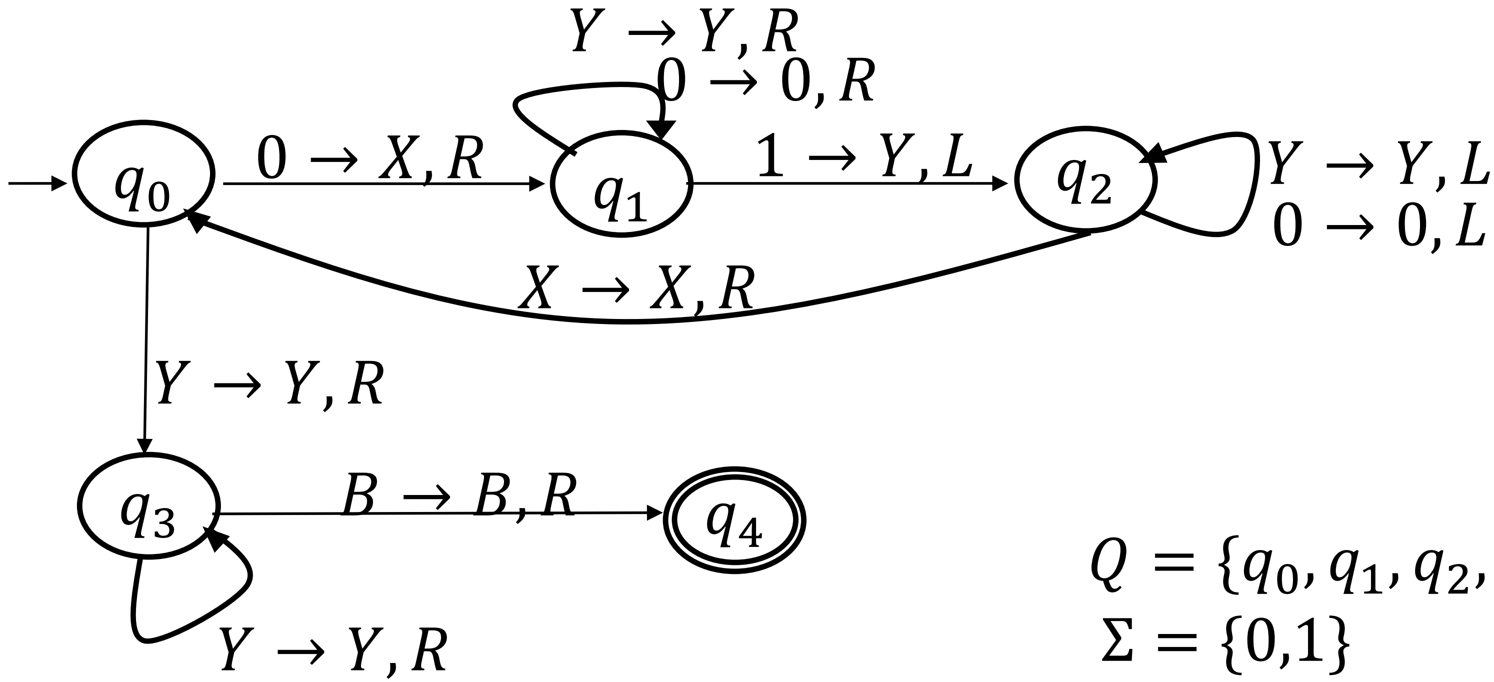
$$\delta(q_1, 1) = (q_2, X, L)$$

ör.



$$\delta(q_3, Y) = (q_3, Y, R)$$

ör.



$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4\}$

$\Sigma = \{0,1\}$

$\Gamma = \{0,1, X, Y, B\}$

$F = \{q_4\}$

δ	0	1	X	Y	B
q_0	(q_1, X, R)	-	-	(q_3, Y, R)	-
q_1	$(q_1, 0, R)$	(q_2, Y, L)	-	(q_1, Y, R)	-
q_2	$(q_2, 0, L)$	-	(q_0, X, R)	(q_2, Y, L)	-
q_3	-	-	-	(q_3, Y, R)	(q_4, B, R)
q_4	-	-	-	-	-

Turing Makinesi Konfigürasyon

Konfigurasyon TM'nin anlik hareketidir. Turing makinesinin hareketini gostermenin bir diğer yolu konfigurasyondan faydalanmaktır.

- Konfigurasyonda bir hareketten digerine geçiş $\vdash$ ile gösterilir.
- O anki durum, makine başlığınının banttan o anki okuduğu harfin hemen soluna yazılır.

ör. $\ldots BX\overset{q_1}{\underset{\Downarrow}{X}}Y1B \ldots$ hareketi $\ldots BXq_1XY1B \ldots$ şeklinde yazılır.

ör. Bir önce gösterilen TM için $w = 0011$ kelimesini banta yazip konfigürasyon yardımıyla okuyalım.

$$Bq_0 0011B \vdash BXq_1 011B \vdash BX0q_1 11B \vdash BXq_2 0Y1B \vdash Bq_2 X0Y1B$$

$$\vdash BXq_0 0Y1B \vdash BXXq_1 Y1B \vdash BXXYq_1 1B \vdash BXXq_2 YYB \vdash BXq_2 XYYB$$

$$\vdash BXXq_0 YYB \vdash BXXYq_3 YB \vdash BXXYYq_3 B \vdash BXXYYBq_4$$

JFLAP ile Turing Makinesi

Önceki haftalarda kullandiğımız JFLAP ile bir Turing makinesi inşa edebiliriz.

JFLAP'ta bir durumdan bir duruma geçiş fonksiyonu☐ ;☐ ☐ formundadir. Burada ilk kutu, banttan o anda okuduğumuz harfi, ikinici kutu okunan harfe karşılık üzerıne yazılacak harfı ve son kutu okuma-yazma başının gideceği yönü gösterir.

Son kutu için R,L veya S seçeneklerınden birini seçebiliriz. Özel olarak S seçeneği stay (kal) anlamına gelir ve başın yazma sonucunda sağa yada sola hareket etmemesini, önceki pozisyonunda kalmasını temsil eder.