Otomata Teorisi

Fırat İsmailoğlu, PhD

Hafta 11:
Turing Makinesi (Bölüm 2)

Hafta 11
Plan

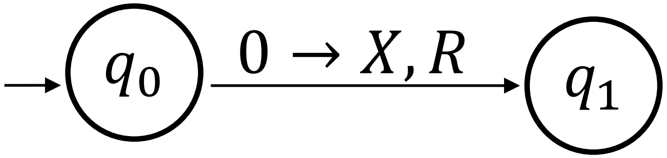
1. Turing Makinesi Dizaynı
2. Turing Savı
3. Turing Makinesi Varyasyonları
    - i. Kal opsiyonlu TM
    - ii. Çok Kayıtlı TM
    - iii. Çok Bantlı TM
    - iv. Nondeterministik TM

Turing Makinesi Dizaynı

9. haftada $L = \{0^n 1^n | n \geq 1\}$ dilini tanıyan bir TM göstermistik. Simdi bu TM'yi dizayn etmeye çalışalım.

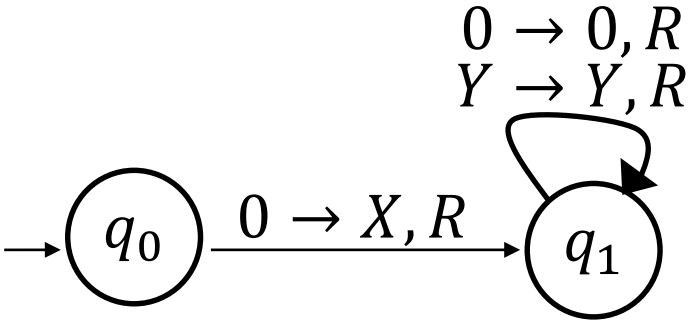
Bu TM'yi dizayn ederken ana çıkış noktamız her bir adımda en soldaki 0 harfi üzerıne X yazmak, daha sonra sağa doğru ilerleyip en soldaki 1 harfini bulmak, bunun üzerine Y yazmak ve daha sonra yine 0 bulmak umuduyla sola doğru ilerlemektir.

Aşama 1: 0 gördüğümüz yere X yazarak sağa doğru ilerleyelim:

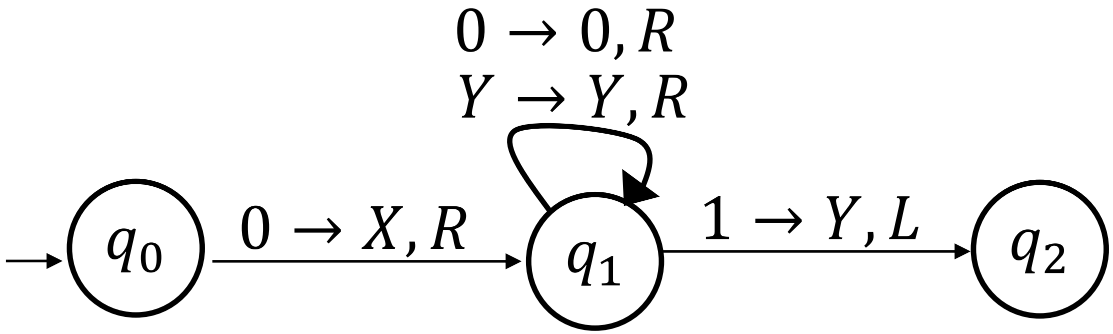


Turing Makinesi Dizaynı

Aşama 2: (En soldaki) 1 harfini bulana kadar sağa doğru ilerleyelim. İlerlerken önümüze 0 harfi ve Y çikabilir, bunlara dokunmayalim.

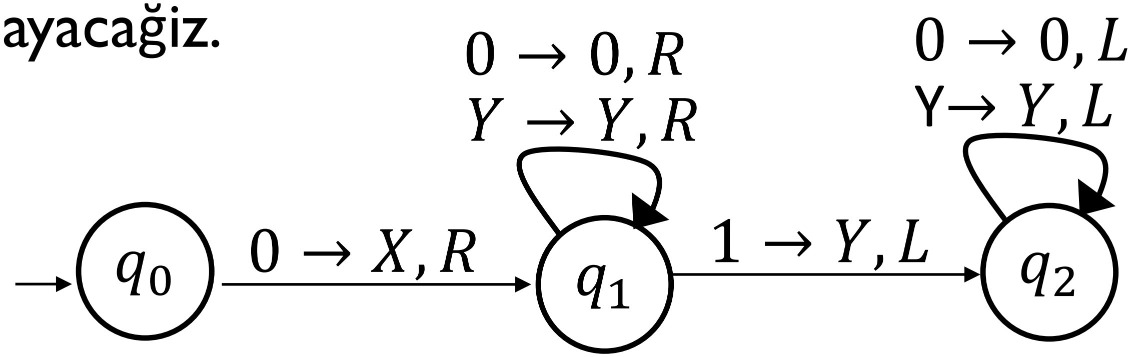


Aşama 3: 1 harfini bulduğumuzda üzerine Y yazalım (bu, bir önce yazdiğimiz X ile Y'nin eşleştiğini gösterir). Daha sonra tekrar en soldaki 0 harfini bulmak için sola ilerleyelim.

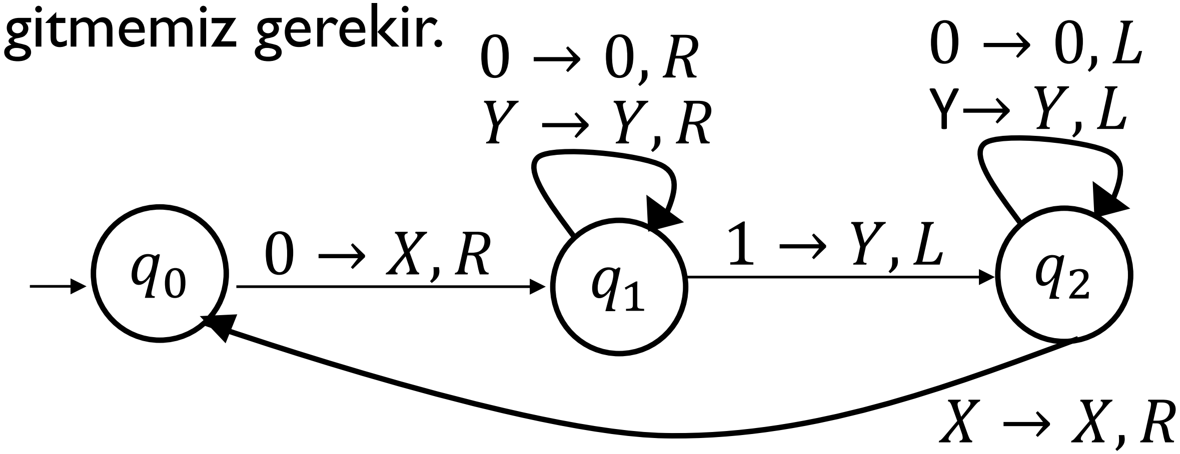


Turing Makinesi Dizaynı

Aşama 4: Buarada amacimiz en soldaki (varsa) 0 harfini bulmak. Bu harf en sağdaki X'in bir sağında olacaktır. O yuzden X'i bulana kadar sola dogru ilerleyelim. Önümuze çıkan 0 ve Y harfine dokunmayacağiz.

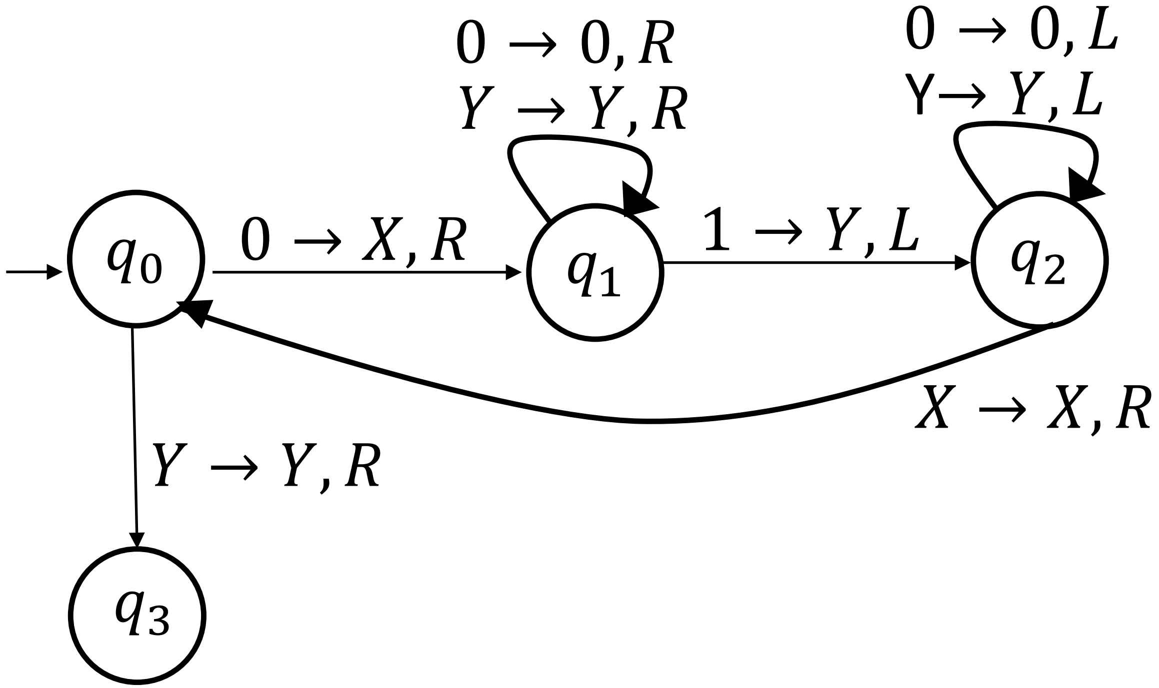


Aşama 5: X'i bulduktan sonra bir sağındaki 0'a geçip bunun uzerine X yazacağiz. 0'ın üzerıne X yazılmasından q_0 sorumlu idi. O halde q_2'den q_0'a gitmemiz gerekir.



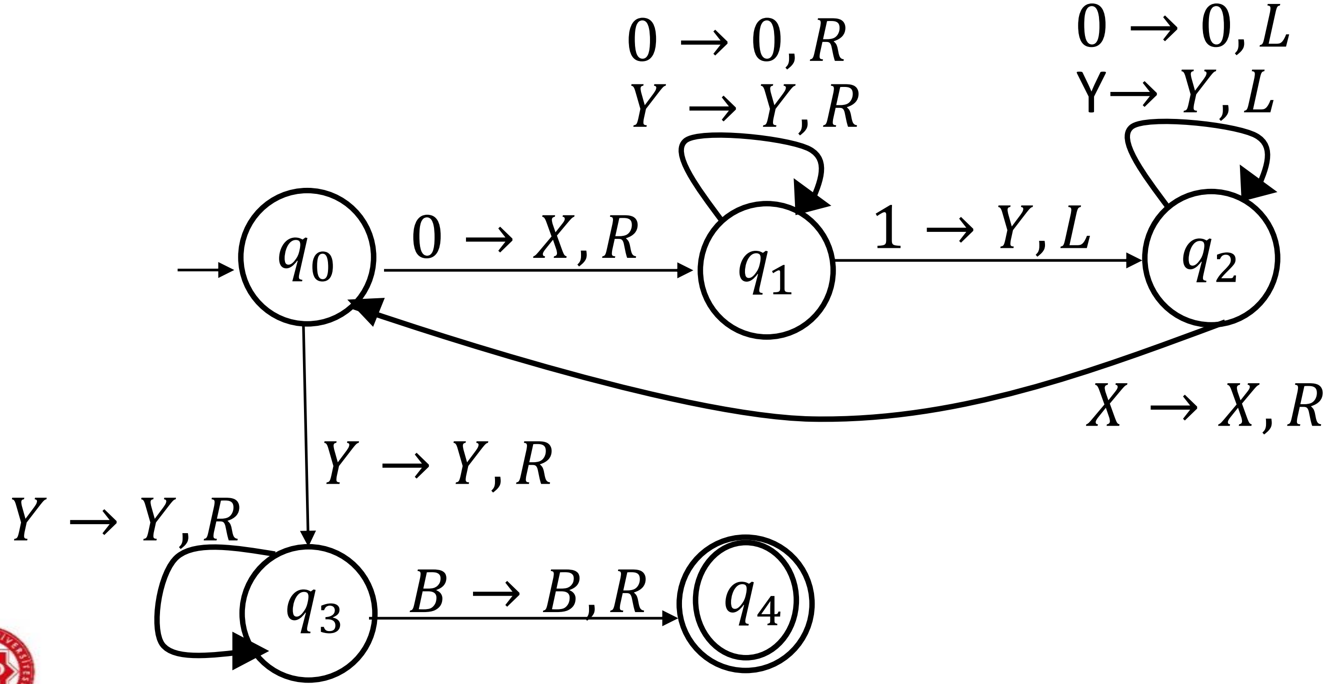
Turing Makinesi Dizaynı

Aşama 6: Her bir $q_0 - q_2 - q_0$ döngüsünde bir 0 harfi X yapilir, buna karşılık bir 1 harfi bulunarak Y yapilir. Boylece her bir dongude bir $(0-1)$ cifti esleştirilmis olur. q_0'da iken Y gelmesi durumunda 0'lar bitmis, tamamı X olmustur. O yuzden bu durumda Y' leri gecerek saga dogu ilerleyip nantin sonuna gelmeye calisalim.



Turing Makinesi Dizaynı

Aşama 7: Y'ler bitene kadar sağa ilerlemeye devam edelim. Bu Y'lerin sounundа boşluk (B) gorursek tüm X'ler ile Y'ler birbiriyle eşleşmiş demektir. Bu durumda final durumuna gidebiliriz. Eger Y'lerden sonra B degil 1 gorursek, bu durumda ilk basta verilen kelimedeki 1 sayisi 0 sayisindan fazla olduğu anlamına gelir. q_3'de kaliriz. Bu kelimeyi kabul etmeyiz. Not eğer 0 sayisi 1 sayisindan fazla ise q_1 de takili kaliriz, final durumuna gidemeyiz.



Turing Savı (Turing Tezi)

Turing Savı: Herhangi bir bilgisayarla yapılan her şey bir Turing Makinesi ile de yapılabilir.

Bu savın doğruluğunu ispat edemeyiz, ama yanlış olduğunu da gösteremeyiz. Günümüze kadar bu sav çürütülememiştir. Yani bir bilgisayarın yaptığı bir hesaplama için bir Turing makinesinin bulunamadığı hiç olmamıştır.

Nasil ki Newton'un hareket kanunları Fizik biliminin temelini oluşturuyorsa, Turing Savı da bilgisayar bilimlerinin temelini oluşturur. Bu temele dayanarak algoritma tanımı verebiliriz.

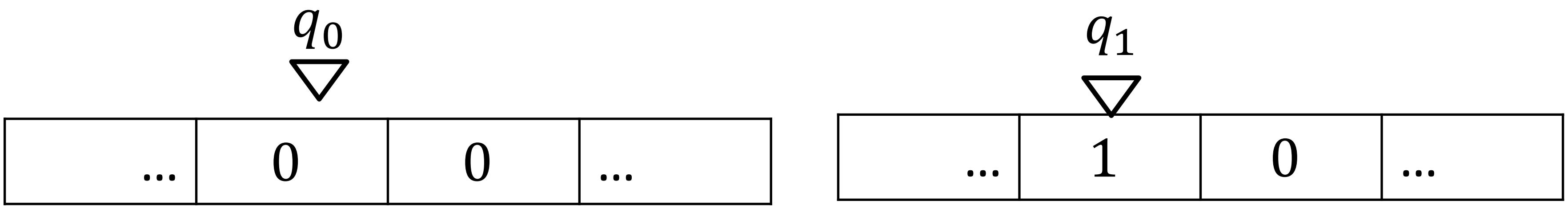
Algoritma Tanımı: Bir $\mathrm{f}: T \rightarrow D$ fonksiyonun algorıtmasi bir Turing makinesidir, öyleki her $\mathrm{t} \in T$ için bu t elamanini ilgili TM'nin bantına yazdığımızda, TM'nin final durumuna vardığımızda bantta $\mathrm{f(t)} \in D$ yazılmış olur.

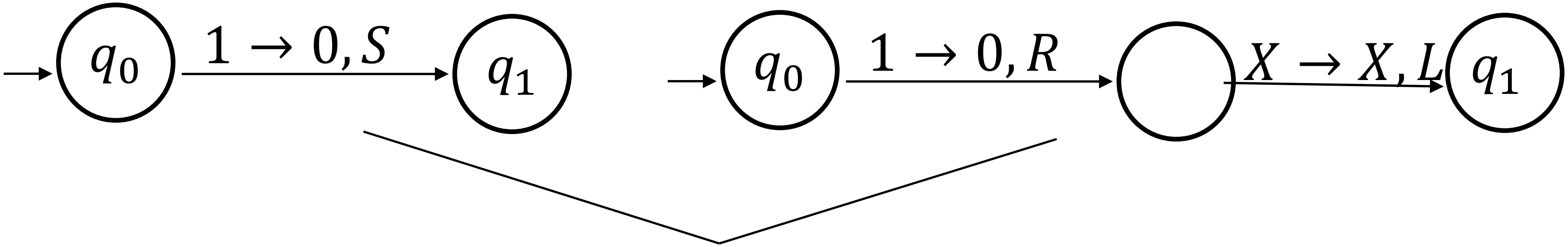
Turing Makinesi Varyasyonları

1. Kal (Stay) Opsiyonlu TM

Kal opsiyonlu TM'de okuma-yazma basi, banttan bir harfi okuduktan sonra, saga yada sola hareket etmeden okudugu harfin hucresinde kalabilir. Boylece gecis fonksiyonu soyle olur:

$$\delta: Q \times \Gamma \rightarrow Q \times \Gamma \times \{L, R, S\}$$





birbirlerine denktirler.

2. Cok Kayitli (Multipletrack) TM

Cok kayitli TM’de birden fazla bant bulunur. Okuma-yazma kafasi bir tanedir ve bu bantlari ayni anda okur ve yazar. Daha sonra kafa saga yada sola gider. Gecis fonksiyonu soyle olur:

$a \rightarrow B, R$
$b \rightarrow B, R$

$$\delta: Q \times \Gamma^k \rightarrow Q \times \Gamma^k \times \{L, R\}$$

k tane banttan ayni anda okuyoruz.

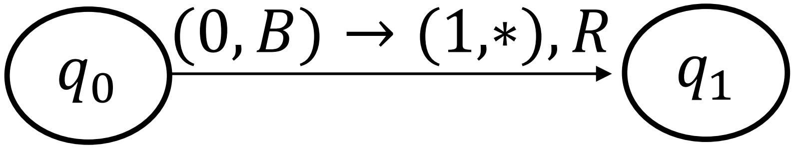
k tane banta ayni anda yaziyoruz.

q_0

B	0	1	B
B	B	B	B

q_1

B	1	1	B
B	$*$	B	B



3. Çok Bantlı (Multitape) Turing Makinesi

Cokbantli TM, birden fazla banta ve <u>her bir bant icin ayri bir okuma-yazma kafasina sahip</u> TM'lere denir.

Baslangicta yalniza 1. banta verilen kelime yazilir. Diger tum bantlarin tum hucrelerine bosluk B yazilir.

Bu tur TM'ler gecis fonksiyonu asagidaki gibidir:

$$\delta : Q \times \Gamma^k \rightarrow Q \times \Gamma^k \times \{L, R\}^k$$

k tane banttan ayni anda okuyoruz.

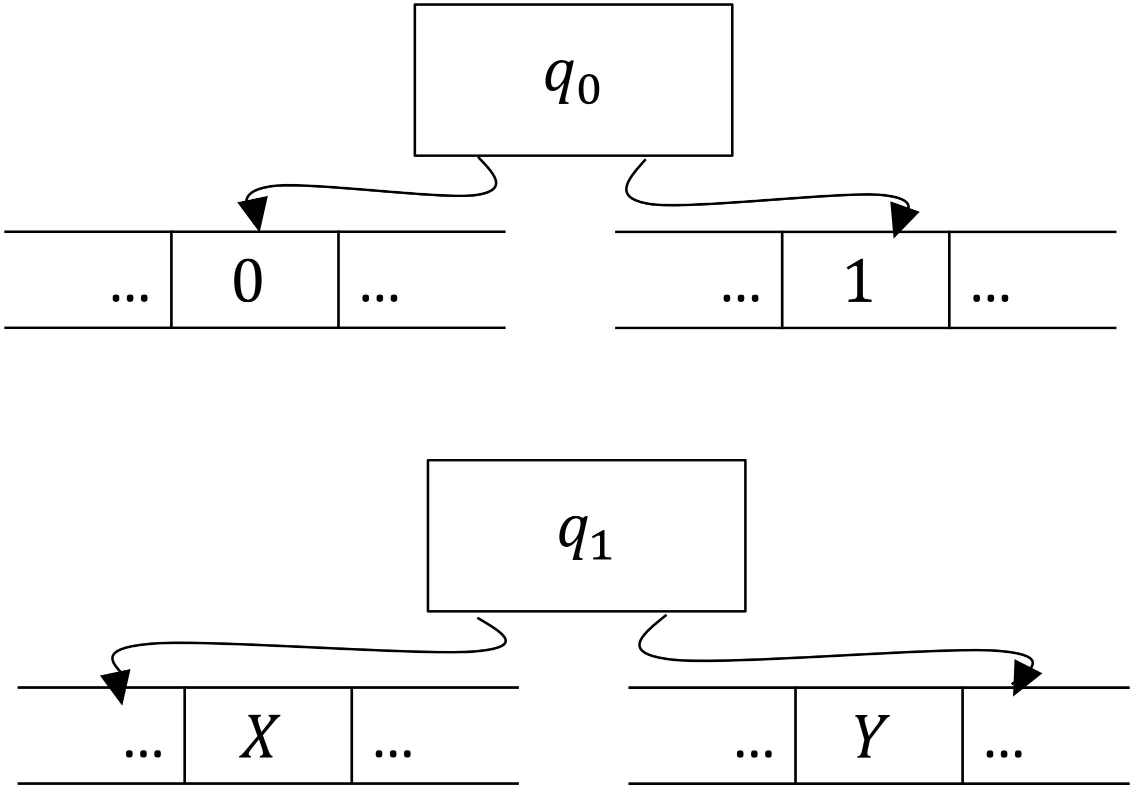
k tane banta ayni anda yaziyoruz.

k tane bant ayri ayri saga yada sola gidiyor

Çok Bantlı Turing Makinesi

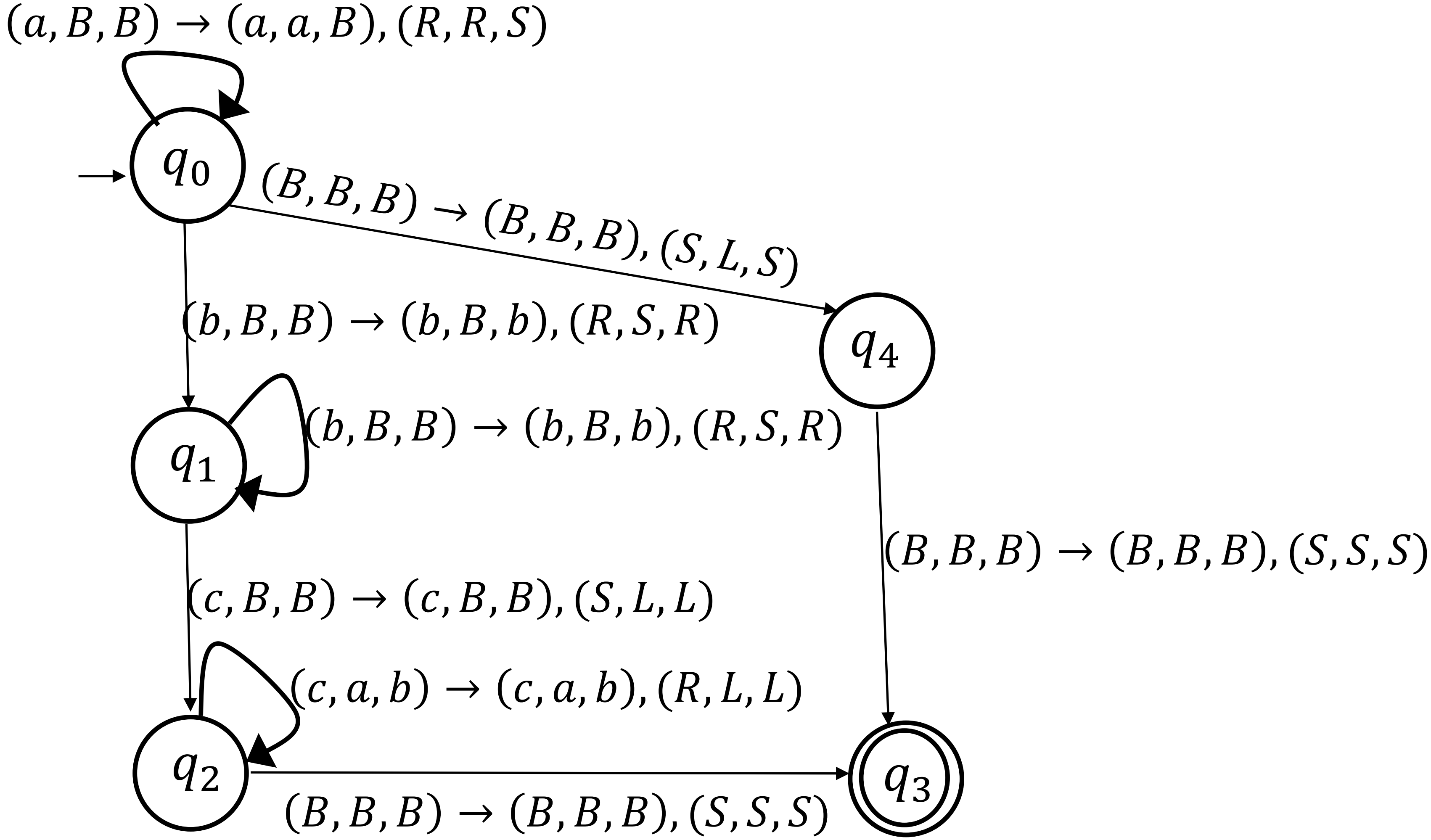
ör. $\delta(q_0, 0{,}1) = (q_1, X, Y, L, R)$

Bu geciste, TM q_0'da iken birinci banttan 0, ikinci banttan 1 okundugunda q_1 durumuna gidilir. Birinci banta X, ikinci banta Y yazilir. Birinci bantta sola, ikinci bantta saga gidilir.



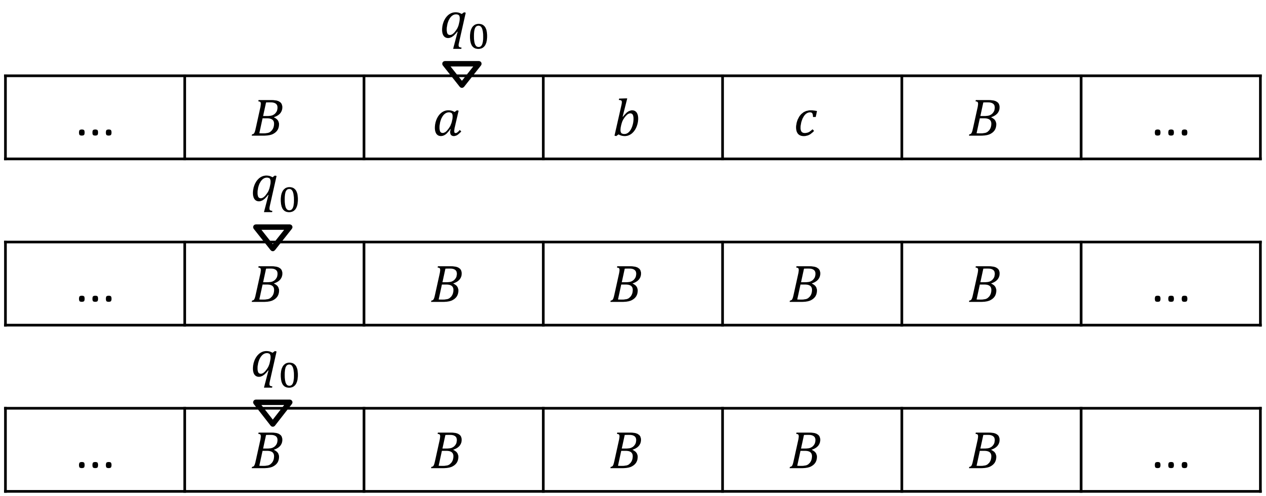
Çok Bantlı Turing Makinesi

ör. Aşagidaki çok bantlı TM $L = \{a^n b^n c^n | n \geq 1\}$ dilini tanır.

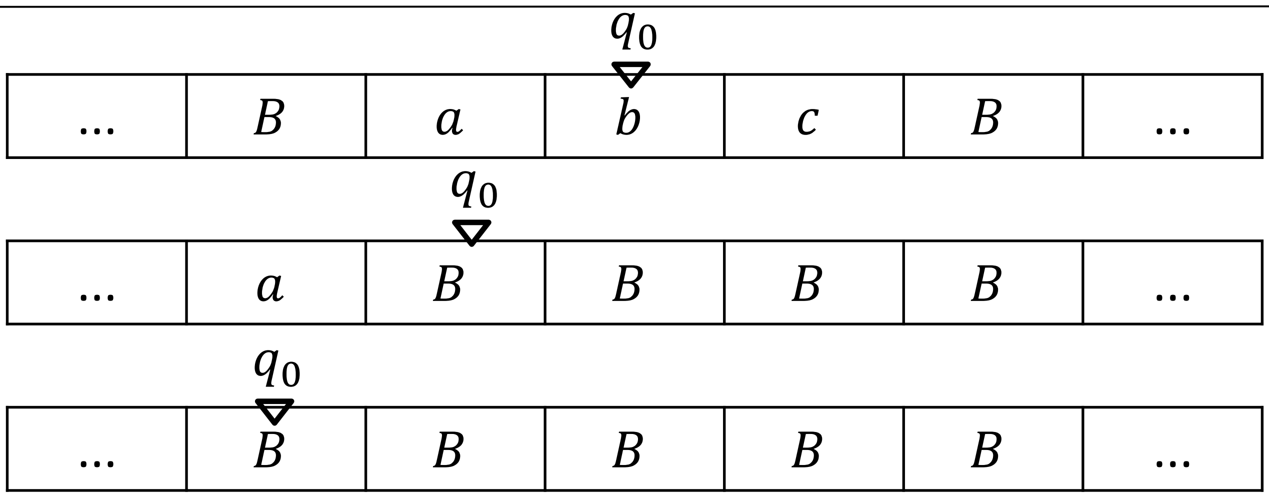


Çok Bantlı Turing Makinesi

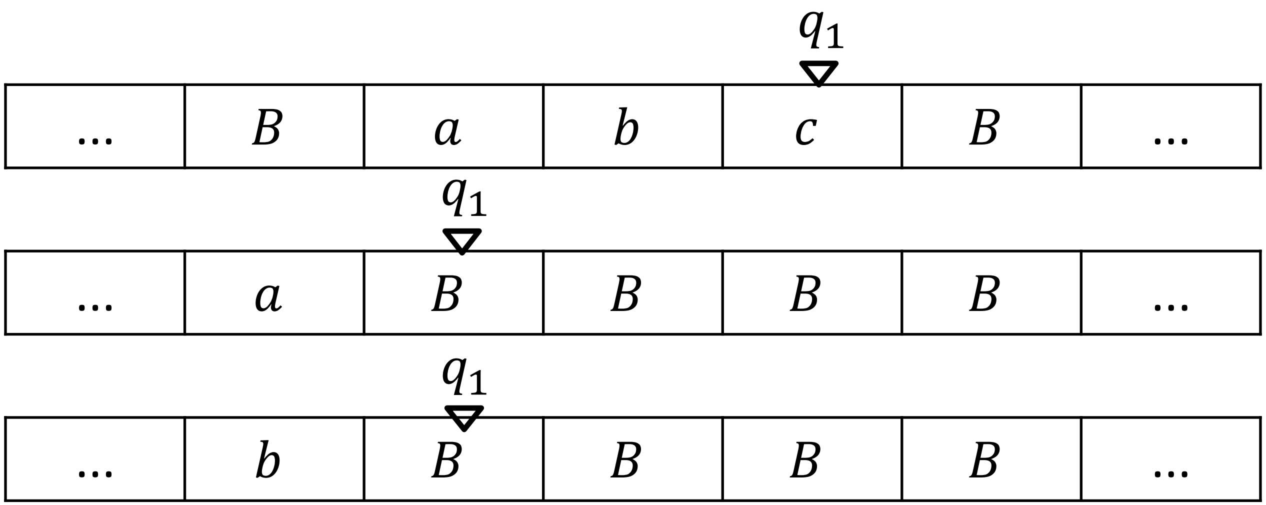
ör. $w = abc$ kelimesini TM ye yazarak okuyalim.

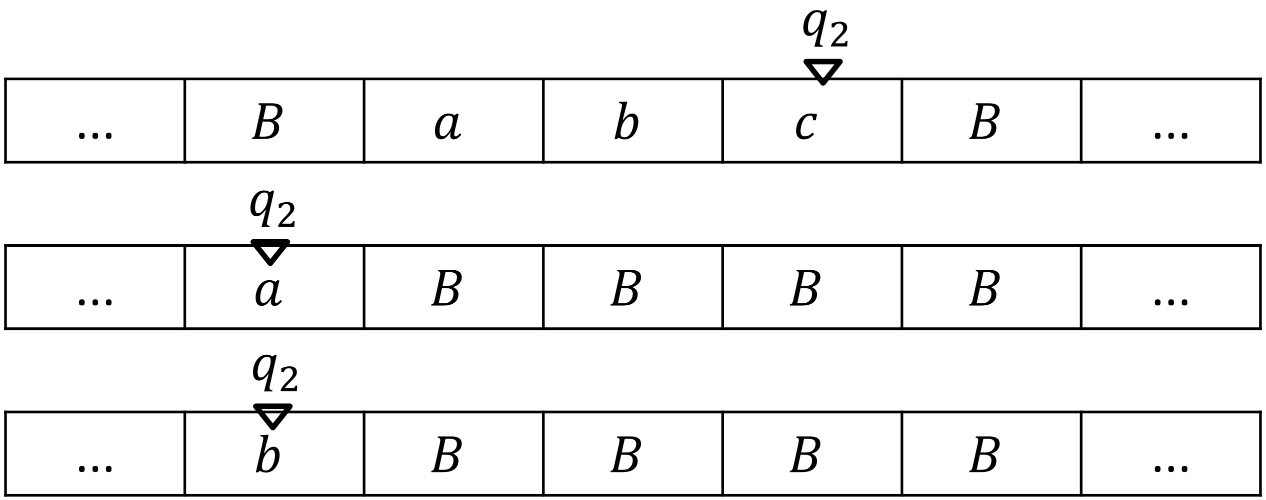


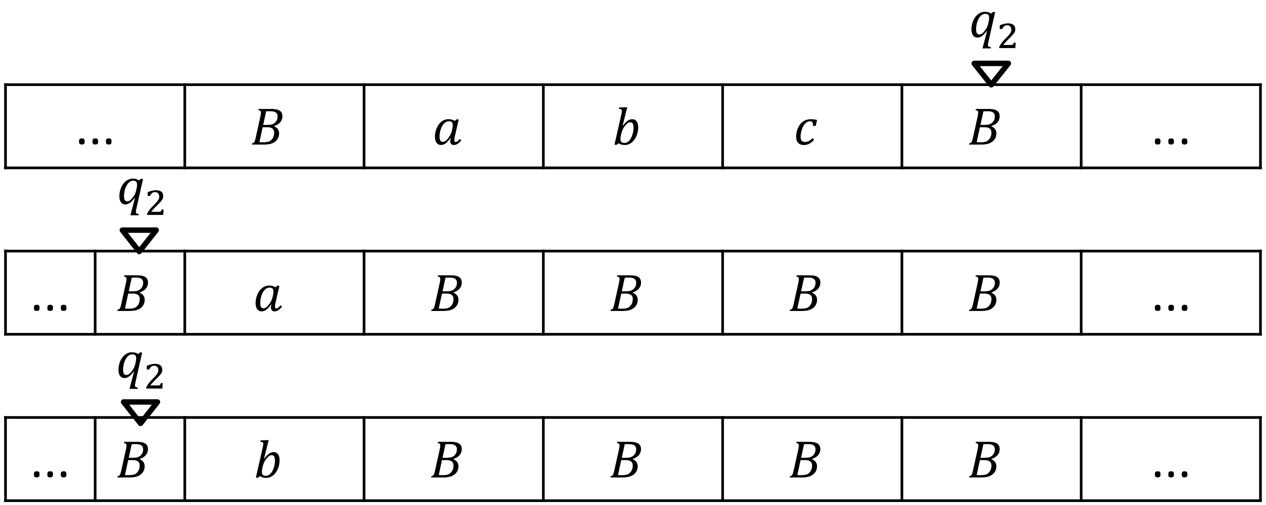
…	B	a	b	c	B	…
…	B	B	B	B	B	…
…	B	B	B	B	B	…

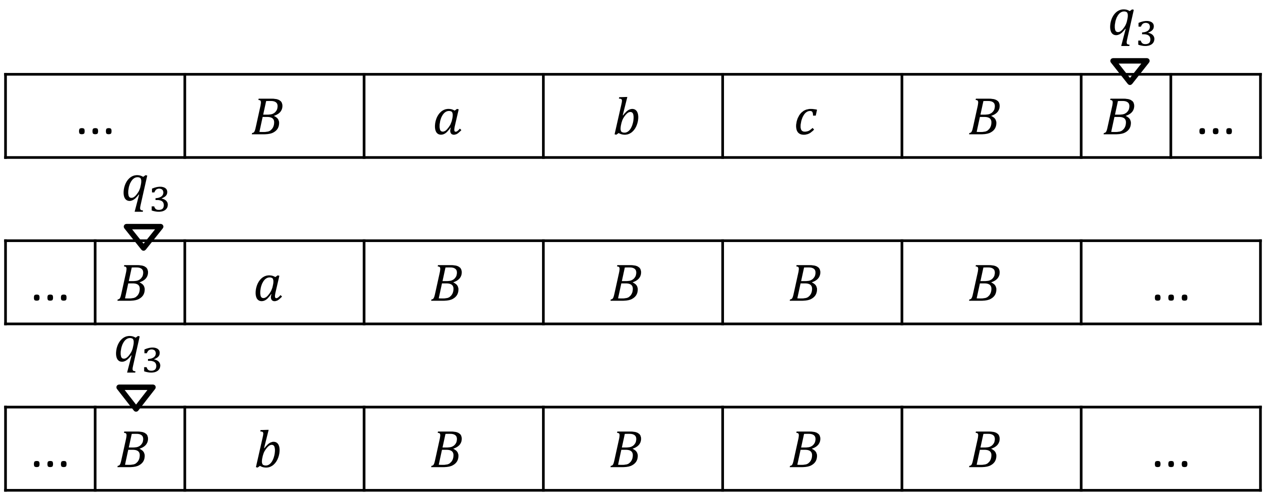


…	B	a	b	c	B	…
…	a	B	B	B	B	…
…	B	B	B	B	B	…


q_1
… | B | a | b | c | B | …
q_1
… | a | B | B | B | B | …
q_1
… | b | B | B | B | B | …


q_2
… | B | a | b | c | B | …
q_2
… | a | B | B | B | B | …
q_2
… | b | B | B | B | B | …


q_2
… B a b c B …
q_2
… B a B B B B …
q_2
… B b B B B B …


q_3
… B a b c B B …
q_3
… B a B B B B …
q_3
… B b B B B B …

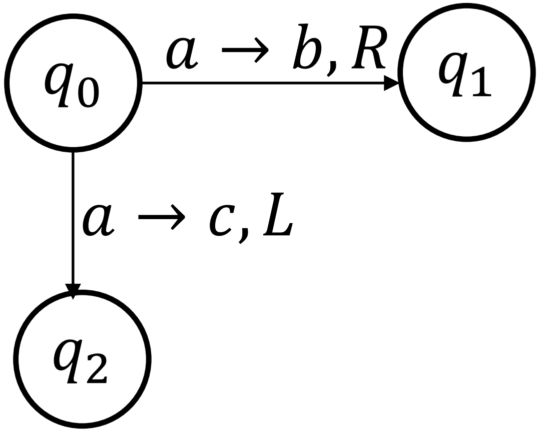
4. Nondeterministik Turing Makinesi (NTM)

NTM'de , standart bir TM'den farkli olarak bir durumda iken banttan bir harf okudugunda, hangi duruma gidecegimiz, hangi harfi yazacagimiz ve hangi yöne gidecegimiz ile ilgili birden çok seçenek vardır. Bu seçeneklerden biri seçilir.

Geçiş fonksiyonu aşağidaki gibidir:

$$\delta : Q \times \Gamma \rightarrow \mathcal{P}(Q \times \Gamma \times \{L, R\})$$

ör.



$$\delta(q_0, a) \rightarrow \{\underbrace{(q_1, b, R), (q_2, c, L)}\}$$

q_0'da iken banttan a okunduğunda bu iki durumdan biri olur: Yani ya b yazilip q_1 'e gidilir yada c yazilip q_2 'e gidilir.